



$(x,y)$ とし、この光波を遮蔽する物体のシルエットマスクを  $M_m=D_m(x,y)$ 、さらに  $V_m$  平面上での物体光波を  $D_m=D_m(x,y)$  とすると、平面  $V_m$  より射出し次の遮蔽物が存在する平面  $V_{m+1}$  に入射する全光波  $U_{m+1}$  は

$$U_{m+1} = F_{m,m+1} \{M_m U_m + D_m\} \quad (1)$$

の形の漸化式で表わすことができる[2]。ここで  $F_{m,m+1}\{\}$  は平面  $V_m$  上の全光波を  $V_{m+1}$  に伝搬する演算を表わしている。(1)式の計算をホログラム平面まで繰り返すことにより 3D シーン全体の光波を求めることができる。以下これを従来法 1 とする。(1)式からわかるとおり、この手法では全光波の伝搬計算を遮蔽物の個数と同じ回数繰り返す必要があり、遮蔽物が多い場合には長時間を要する問題がある。

## 2.2 Babinet の原理と部分光波による手法(従来法 2)[5]

シルエットマスクの代わりにそれを反転した開口  $A_m = 1 - M_m$  を用いると数段階の計算を経て(1)式を

$$U_m = \sum_{i=0}^{m-1} F_{i,m} \{D_i - A_i U_i\} \quad (2)$$

と変形できる。さらに遮蔽物のシルエットが小さい場合には

$$U_m = \sum_{i=0}^{m-1} W_{i,m} \{D_i - A_i S_i\} \quad (3)$$

とすることができる[5, 6]。ここで、 $S_i$  は開口  $A_i$  近傍に入射する部分光波であり、 $W_{i,m}\{\}$  は平面  $V_i$  上の部分光波を平面  $V_m$  全体に伝搬する演算を表す。(3)式を用いて全光波  $U_m$  を得るためには、平面  $V_0 \cdots V_{m-1}$  上の部分光波  $S_0 \cdots S_{m-1}$  を全て求めておく必要があるが、これらは以下の漸化式で与えられる。

$$S_m = \sum_{i=0}^{m-1} P_{i,m} \{D_i - A_i S_i\} \quad (4)$$

ここで  $P_{i,m}\{\}$  は平面  $V_i$  上の部分光波を平面  $V_m$  の一部分に伝搬する計算を表す。

この手法(以下、従来法 2)の大きな利点は部分光波の伝搬計算のみで物体光波が数値合成できることである。また遮蔽物が小型であるほど有効であるという特徴があるが、一方この従来法では遮蔽物の数が増加すると急激に計算量が増加する問題点があった。

## 3. 改善手法

従来法における遮蔽物をポリゴンとすることによりポリゴン単位の光波遮蔽が可能であり、自己オクルージョンを正しく処理した隠面消去ができるが、そのままでは長い計算時間を要する。そこで以下の改良を行った。

### 3.1 オフアクシス伝搬計算法の排除

(2)式の演算  $W_{i,m}\{\}$  は伝搬元と伝搬先のサンプリ

ング窓が同軸上になく、またサンプリング数も異なった伝搬計算になるので、シフトドフレネル法やシフトド角スペクトル法[7]の様なオフアクシス伝搬計算法が必要となる。しかし一般に、オフアクシス伝搬計算法は多くの計算量を必要とする問題がある。しかしながら、ポリゴン法では従来よりポリゴン光波を物体平面上で求める際には次のような方法で角スペクトル法[8]を用いていた。

いま、Fig. 1 に示すようにサンプリング窓  $B_m$  上の部分光波  $S_m$  を伝搬計算し、次の遮蔽物のサンプリング窓  $B_n$  上の部分光波  $S_n$  を求める場合を考える。オフアクシス伝搬計算法を用いずにこれを行うためには、まず、(i)に示すようにサンプリング窓  $B_m$  上の光波が平面  $V_n$  上に伝搬したときの最大回折範囲  $E$  を求め、大きさが  $E$  以上になるように  $B_m$  を拡張する。そして(ii)に示すように拡張した  $B'_m$  から平面  $V_n$  上での  $S_m$  の伝搬光波を 4 倍拡張なしの角スペクトル法により求める。

この方法により求めた伝搬光波のうち伝搬先のサンプリング領域  $B_n$  と重なる部分のみを切り取ることで、(3)式の  $P_{i,m}\{\}$  と等価な結果を得る。従って、オフアクシス伝搬計算法を用いずに  $S_m$  を求めることが、これにより(3)式と(4)式の伝搬計算は統合され、

$$U_m = \sum_{i=0}^{m-1} W_{i,m} \{D_i - A_i Q_i \{U_i\}\} \quad (5)$$

となる。ここで、演算記号  $Q_i\{\}$  はサンプリング窓  $B_i$  と重なる部分を切り取る演算を表している。

### 3.2 伝搬演算回数の削減

いま、遮蔽物の個数を  $N$  とすると従来法 2 における  $W_{i,m}\{\}$  の伝搬回数  $T_1(N)$  は、(3)式より

$$T_1(N) = N(N+1)/2 \quad (6)$$

となり、 $N$  の 2 次関数として伝搬回数が急激に増加することがわかる。このため、部分光波伝搬を用いて伝搬計算の計算量を減少させても、遮蔽物の数が増加すると極端に計算量が増加してしまう。そこで本研究では、伝搬演算回数を削減する手法を提案する。

いま、例として  $N=3$  とし  $U_3$  を求める場合を考える。このとき各平面での全光波は(3)式より、

$$\begin{aligned} U_1 &= W_{0,1} \{D_0 - A_0 Q_0 \{U_0\}\} \\ U_2 &= W_{0,2} \{D_0 - A_0 Q_0 \{U_0\}\} + W_{1,2} \{D_1 - A_1 Q_0 \{U_1\}\} \\ U_3 &= W_{0,3} \{D_0 - A_0 Q_0 \{U_0\}\} + W_{1,3} \{D_1 - A_1 Q_0 \{U_1\}\} \\ &\quad + W_{2,3} \{D_2 - A_2 Q_2 \{U_2\}\} \end{aligned} \quad (7)$$

と表せる。この式には、 $W_{i,j}$  の形で表される伝搬計算が合計 6 種類現れている。ここで  $W_{i,j}\{\} = W_{k,j}\{W_{i,k}\{\}$  の関係を利用して(7)式を

$$\begin{aligned}
U_1 &= W_{3,1}\{W_{0,3}\{D_0 - A_0 Q_0\{U_0\}\}\} \\
U_2 &= W_{3,2}\{W_{0,3}\{D_0 - A_0 Q_0\{U_0\}\} + W_{1,3}\{D_1 - A_1 Q_0\{U_1\}\}\} \\
U_3 &= W_{3,3}\{W_{0,3}\{D_0 - A_0 Q_0\{U_0\}\} + W_{1,3}\{D_1 - A_1 Q_0\{U_1\}\}\} \\
&\quad + W_{2,3}\{D_2 - A_2 Q_2\{U_2\}\}
\end{aligned} \quad (8)$$

と書き直す. このように書き直すと, (8)式中には $W_{i,3}$ の形の伝搬計算と $W_{3,i}$ の形の伝搬計算がやはり6種類現れているが,  $W_{3,3}$ の伝搬計算は無意味であるので, 合計5種類となり, (8)式に比べて, 1回だけ計算回数が減少していることがわかる.

同様に, ポリゴン数(遮蔽物体数)を $N$ として,

$$u_i = W_{i,N}\{D_i - A_i Q_i\{U_i\}\} \quad (9)$$

と表すと, 一般的に

$$U_m = W_{N,m}\left\{\sum_{i=0}^{m-1} u_i\right\} \quad (10)$$

と表わすことができ,  $U_N$ は

$$U_N = W_{N,N}\left\{\sum_{i=0}^{N-1} u_i\right\} = \sum_{i=0}^{N-1} u_i \quad (11)$$

となる. つまり, (9)式と(10)式を順次用いることで $u_0$ から $u_{N-1}$ を求め, 最後に(11)式によりそれらを加算することで,  $N$ 個のポリゴンからの光波を平面 $V_N$ で求めることができる. 従って, (9)式の伝搬計算を $N$ 回, (10)式の伝搬計算を $N-1$ 回実行する必要があることから, 提案法における部分光波伝搬回数 $T_2(N)$ は

$$T_2(N) = 2N - 1 \quad (12)$$

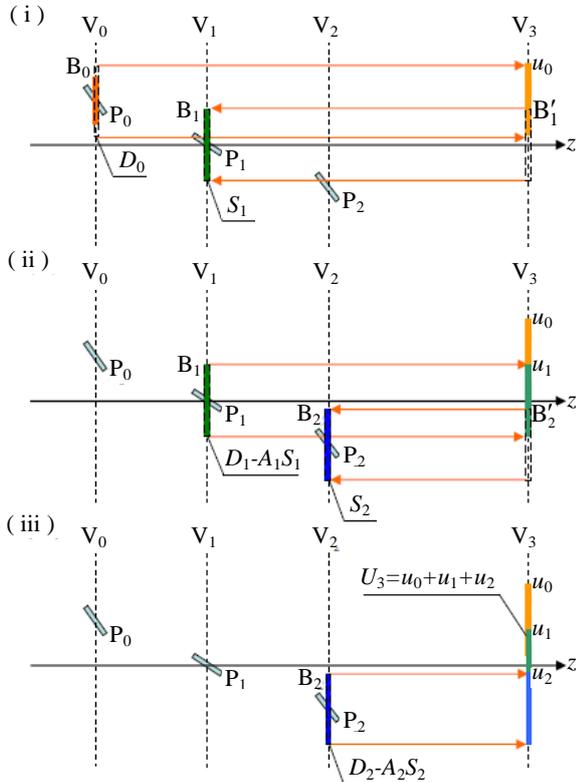


Fig. 2 An example of the procedure for the proposed method.

と表わすことができ,  $N$ の1次関数となることがわかる. このため, 提案法はポリゴン数が多いほど従来法2に比べて少ない伝搬回数で計算できる.

#### 4. 提案法による隠面消去手順(スイッチバック法)

提案手法では(9)式の順方向伝搬計算と(10)式の逆方向伝搬計算を交互に繰り返すことから, これを以下スイッチバック法と呼ぶ. Fig. 2 に示すようにポリゴン数 $N=3$ の場合について, 平面 $V_3$ 上での全光波 $U_3$ を求める手順を述べる.

まず (i)に示すように, ポリゴン $P_0$ の光波 $D_0$ を含むようにサンプリング窓 $B_0$ を配置し, 光波 $D_0$ が $V_3$ 上に伝搬した時に回折する範囲までサンプリング窓を広げ, (9)式に従い角スペクトル法により伝搬光波 $u_0$ を得る.

次にこの光波を(10)式に従って $V_1$ 上に逆伝搬するが, このときポリゴン光波 $D_1$ を含むように伝搬先サンプリング窓 $B_1$ を, また $V_3$ 上の同じ位置に $B'_1$ を配置する. このとき, あらかじめ $D_1$ の光が $V_3$ 上で回折する範囲を考慮して $B_1$ と $B'_1$ の位置と大きさを決定する. そして平面 $V_3$ 上の光波分布 $u_0$ のうち,  $B'_1$ の領域の光波分布のみを $V_1$ 上へ逆伝搬計算して $B_1$ の領域の光波を求める.

次に(ii)に示すように,  $B_1$ 上で $P_1$ の開口関数 $A_1$ を乗算し, ポリゴン光波 $D_1$ を加算したあと $V_3$ 上に前方伝搬計算することで $u_1$ を得る. そして(i)と同様に平面 $V_2$ 上にサンプリング窓 $B_2$ を,  $V_3$ 上に $B'_2$ を配置し,  $V_3$ 上の光波分布 $u_0 + u_1$ のうち $B'_2$ の領域の光波分布のみを $V_2$ 上に逆方向伝搬計算して $B_2$ の領域に入射する光波を求める. 最後に(iii)に示すように $B_2$ 上で開口関数 $A_2$ を乗算し, ポリゴン光波 $D_2$ を加算したあと $V_3$ 上に伝搬計算することで $U_3 = u_0 + u_1 + u_2$ が求まる.

このように本手法では, 物体光波を得たい平面(物体平面)とポリゴン平面との間で交互にスイッチバックしながら伝搬計算を行う. なお, 物体平面(ここでは $V_3$ )は, 物体の前方にある必要はなく, 計算時間短縮のために物体を横切るような位置に配置することが望ましい.

#### 5. 高解像度ホログラムの計算

自己オクルージョンを有するCGH “The Hands”を計算し, 作製することで提案法の正当性を確認すると同時に, 従来法1, 2, 提案法による計算時間の比較を行った. Fig. 3にThe Handsの3Dシーンを示し, CGHのパラメータと用いた計算機のスペックをTable 1に示す. このモデルでは二つの手が入り組んだ自己オクルージョンが生じていることがわかる.

三つの手法によるこのホログラムの計算時間をFig.4に示す. 従来法1を用いた場合の計算時間は8時間27分, 従来法2では3時間19分であったのに対し, 提案法では58分であった. つまり, 提案法は

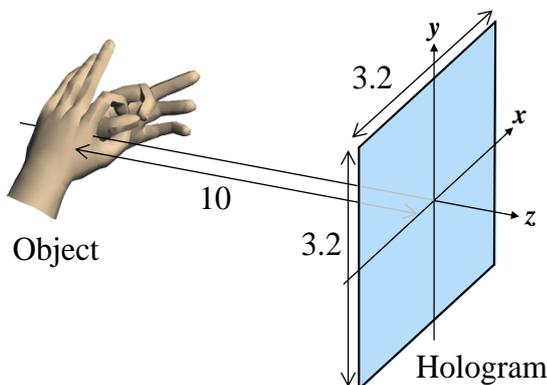


Fig. 3 The 3D scene of “The Hands”

従来法 1 の約 8 分の 1, 従来法 2 の約 3 分の 1 の時間で計算できることがわかった。

### 6. 作成したホログラムの光学再生像

提案法により計算した物体光波を超高解像度 CGH として作成した。この The Hands の再生像を異なった方向から写真に撮った結果を Fig. 5 に示す。この結果より、どの方向から見ても正しく光波遮蔽処理が施され、自己オクルージョンが正しく再生されていることが確認できる。

### 7. まとめ

本研究では、全光波の伝搬計算を行うことなくポリゴン単位でシルエット遮蔽を行い高速かつ高精度に隠面消去を行う手法を提案した。提案法を用いることで従来は困難であった自己オクルージョンを有する物体モデルの超高解像度 CGH をポリゴン法によって実用的な時間内で計算できることがわかった。

本研究は日本学術振興会の科研費 (21500114) の助成を受けたものである。

### 参考文献

- [1] K. Matsushima: “Computer-Generated Holograms for Three-Dimensional Surface Objects with Shade and Texture”, *Appl. Opt.* **44**, 4607 (2005).  
 [2] 近藤, 松島: “シルエット近似を用いた全方向視差

Table 1 Parameters used for creation of “The Hands”.

<b>Number of pixels</b>	<b>32,768 × 32,768</b>
<b>Pixel pitches</b>	<b>1.0 μm × 1.0 μm</b>
<b>Reconstruction wavelength</b>	<b>632.8 nm</b>
<b>CPU</b>	<b>Xeon X5680 (3.33 GHz) × 2</b>
<b>Number of CPUs</b>	<b>24</b>
<b>Memory</b>	<b>144 GB</b>

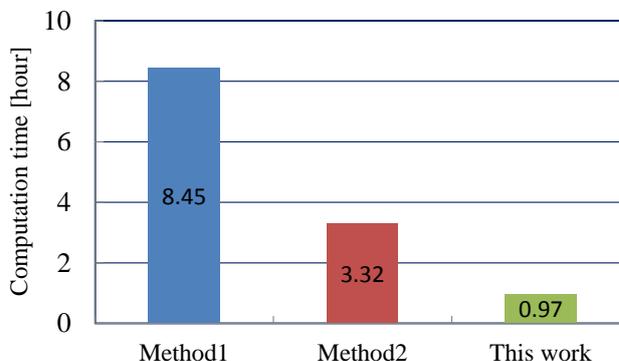


Fig. 4 Computation time of “The Hands”

CGH の隠面消去”, 信学論 D-II, **J87-D-II**, 1487 (2004).

[3] K. Matsushima, S. Nakahara: “Extremely High-Definition Full-Parallax Computer-Generated Hologram Created by the Polygon-Based Method”, *Appl. Opt.* **48**, H54 (2009).

[4] 坂本: “影伝搬法を用いた計算機合成ホログラムの隠面消去”, 信学論 **J85-D-II**, 1832 (2002).

[5] 中村, 松島, 中原: “スパースな 3D シーンを有する超高解像度 CGH における隠面消去の高速化”, 3次元画像コンファレンス 2009 講演論文集, 17 (2010).

[6] 中村, 松島, 中原: “全方向視差 CGH における Babinet の原理と部分光波伝搬を用いた隠面消去法”, *HODIC Circular* **29**, No. 3, 3(2009).

[7] K. Matsushima: “Shifted angular spectrum method for off-axis numerical propagation”, *Opt. Express* **18**, 18453 (2010).

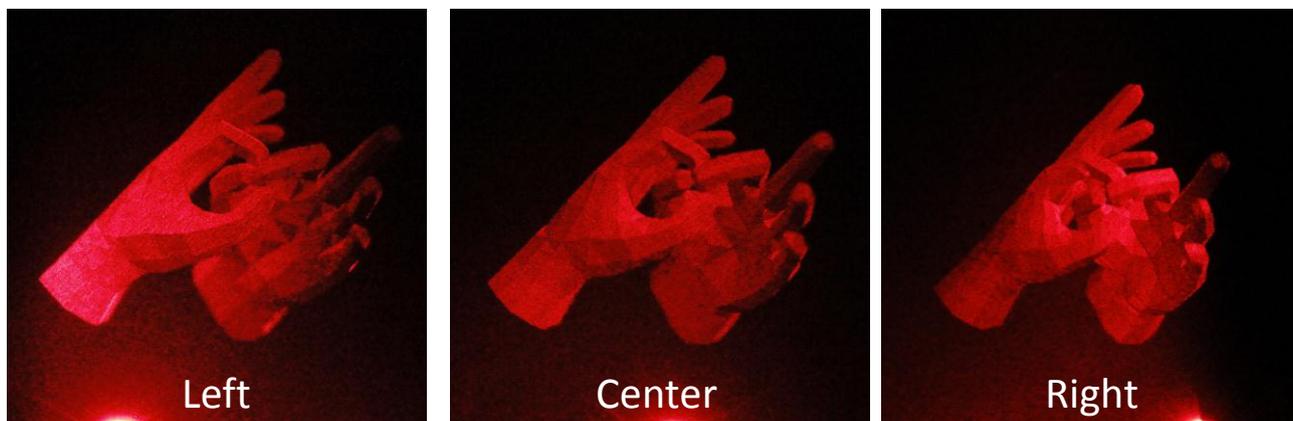


Fig. 5 Optical reconstruction of “The Hands”. Photographs are taken from different perspective.