

全方向視差 CGH における Babinet の原理を用いた 分割隠面消去法

Segmentalized Hidden-Surface Removal Based on Babinet's Principle in Full-Parallax Computer-Generated Holograms

中村将樹, 松島恭治

Masaki Nakamura and Kyoji Matsushima

関西大学システム理工学部電気電子情報工学科

Department of Electrical and Electronic Engineering, Faculty of Engineering Science, Kansai University

ABSTRACT

A novel technique for hidden surface removal is proposed for fast calculation of full-parallax CGHs. This technique is based on Babinet's principle and the silhouette-masking that is the wave-optical method for light shielding in occluded scenes. The technique of the silhouette-masking is proposed as a practical solution of hidden-surface removal in full-parallax CGHs. However, this is very inefficient algorithm, because numerical propagation of the whole wave field must be performed polygon by polygon or object by object in the whole object space. The technique proposed in this report improves the silhouette-masking and makes it possible to accelerate the process by performing numerical propagation of partial wave fields. In this technique wave fields given in planes parallel to the hologram is divided into rectangular segments and only the segments of the wave field around polygons of the object are numerically propagated. Experimental results and estimation of computational complexity as well as basic formulation are presented.

Keywords: CGH, 隠面消去, シルエット法, 全方向視差, シフトフレネル伝搬計算法

1. はじめに

計算機合成ホログラム(以下 CGH)において高品位の再生像を得るためには隠面消去が不可欠である。しかし CGH の数値合成によく用いられる点光源法には、全方向視差で隠面消去処理が難しいという問題点がある。一方、ポリゴン法[1]は波動光学的手法であり、シルエット法[2]や完全な隠面消去法[3]などの波動光学的隠面消去法とマッチングが良い。しかし、このような波動光学的隠面消去法では分割処理が難しいという問題点がある。そこで本研究では、波動光学的隠面消去法を用いた場合も分割計算が可能な新しい隠面消去法を提案する。

2. シルエット法による光波の遮蔽処理

Fig.1 に示すように、シルエット法は、物体モデルにより遮蔽される光波を物体モデルのシルエットを

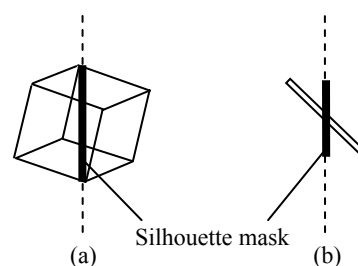


Fig.1 The principle of the silhouette-masking method for an object (a) and polygon (b).

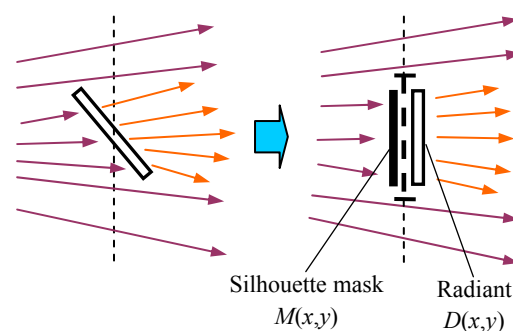


Fig.2 The theoretical model of the silhouette-masking for a polygon.

中村将樹

nakamura@laser.ee.kansai-u.ac.jp

関西大学システム理工学部電気電子情報工学科

〒565-8680 大阪府吹田市山手町 3-3-35

TEL /FAX 06-6368-0933

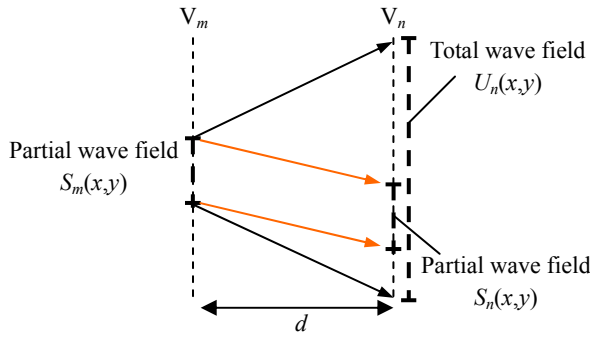


Fig.3 Two types of numerical propagation of wave fields.

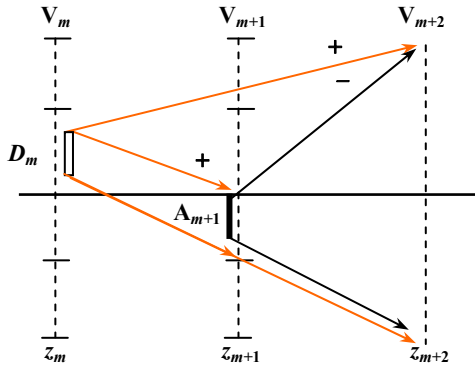


Fig.4 Light shielding in a single mask by Babinet's principle.

マスクとして遮蔽する手法である。ポリゴンに対するシルエット法の理論モデルを Fig. 2 に示す。この理論モデルではポリゴンと交差しホログラムと平行な仮想平面上に背面より入射する光を遮蔽するマスク、さらにポリゴン自体の光波を仮想平面上で表した発光部があるものと考えている。シルエットマスク関数を $M(x, y)$ とし、発光部のポリゴン光波分布を $D(x, y)$ とするとき、仮想平面上の光波分布 $s_{out}(x, y)$ は、仮想平面に入射する光波分布 $s_{in}(x, y)$ を用いて以下のように表される。

$$s_{out}(x, y) = s_{in}(x, y)M(x, y) + D(x, y) \quad (1)$$

ここで $s_{out}(x, y)$ は仮想平面上の光波全体ではなく、仮想平面上の小領域についての分布である。以下、この小領域をセグメントと呼ぶ。

3. 回折伝搬計算

(1)式の光波を次のポリゴンの位置へ数値伝搬して再び遮蔽処理を行うが、この時、本研究では Fig. 3 に示す 2 種の回折伝搬を用いている。仮想平面 V_m 上の部分光波分布 $S_m(x, y)$ を V_m より距離 d 離れた V_n 上に伝搬計算するとき、全光波分布 $U_n(x, y)$ を求める伝搬計算を

$$U_n(x, y) = W_d \{S_m(x, y)\} \quad (2)$$

と表記し、同様に V_n 上の部分光波分布 $S_n(x, y)$ を求める伝搬計算を

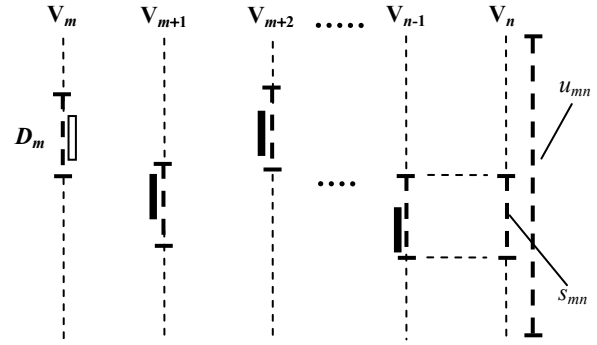


Fig.5 Light shielding in multiple masks by Babinet's principle.

$$S_n(x, y) = P_d \{S_m(x, y)\} \quad (3)$$

と表記する。本研究ではこの数値的伝搬計算に近年提案されたシフトフレネル回折計算法[4]を用いている。

4. Babinet の原理による単一マスクの遮蔽計算

Babinet の原理を用いて単一のマスクによる光波遮蔽を計算する方法を Fig 4 に示す。いま仮想平面 V_m, V_{m+1}, V_{m+2} を考え、 V_m にはポリゴン光波 D_m が、また V_{m+1} にはマスクのみがあり、 D_m が伝搬した光波がマスクで遮蔽されて V_{m+2} に到達する場合を考え、セグメント単位で伝搬計算を行う。

マスクによる遮蔽を一切考えずに、 D_m を数値的回折伝搬計算した場合の V_{m+2} 上の全光波分布は $W_{z_{m+2}-z_m} \{D_m(x, y)\}$ と表すことができる。またマスクを含むセグメントに入射する部分光波分布を $s_{m,m+1}(x, y)$ とすると、ポリゴン光波 D_m が伝搬しマスクによって遮蔽された光波分布 $u_{m,m+2}(x, y)$ は、 V_{m+2} 上において Babinet の原理により以下のように表すことができる。

$$u_{m,m+2}(x, y) = W_{z_{m+2}-z_m} \{D_m(x, y)\} - W_{z_{m+2}-z_{m+1}} \{A_{m+1}(x, y)s_{m,m+1}(x, y)\} \quad (4)$$

ここで、 $A_{m+1}(x, y) = 1 - M_{m+1}(x, y)$ はマスクを反転した開口関数である。

5. Babinet の原理による複数マスクの遮蔽計算と漸化式

まず Fig. 5 のように仮想平面 V_m 上のみポリゴンがあると考え、その光波 D_m が伝搬して仮想平面 $V_{m+1} \dots V_{n-1}$ にあるシルエットマスクで遮蔽され、 V_n 上に到達したときの部分光波分布を $s_{m,n}(x, y)$ と表記し、全光波分布を $u_{m,n}(x, y)$ と表記する。これらの光波は、単一マスクの場合と同様、Babinet の原理より、

$$s_{m,n}(x, y) = P_{z_n-z_m} \{D_m(x, y)\} - \sum_{i=0}^{n-m-1} P_{z_n-z_{m+i-1}} \{A_{n-i-1}(x, y)s_{m,n-i-1}(x, y)\} \quad (5)$$

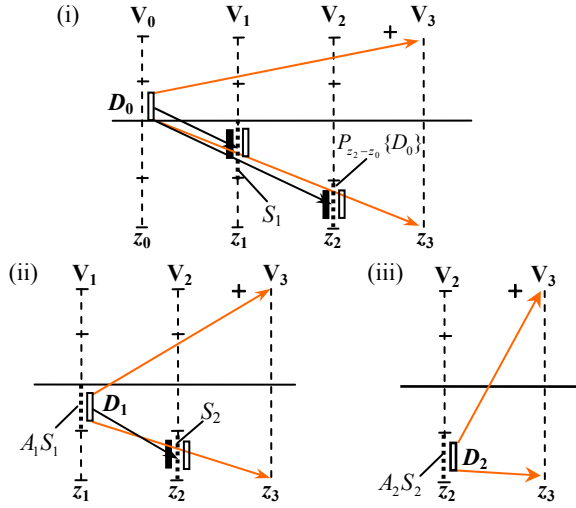


Fig.6 An example of the procedure for the proposed method.

$$u_{m,n}(x,y) = W_{z_n-z_m} \{D_m(x,y)\} - \sum_{i=0}^{n-m-1} W_{z_n-z_{n-i}} \{A_{n-i-1}(x,y) s_{m,n-i-1}(x,y)\} \quad (6)$$

と表せる. ただし $m=n$ のとき $s_{m,n} = 0$ とする. ここでは, 仮想平面 $V_{m+1} \dots V_{n-1}$ にはマスクのみがあり, ポリゴンはないものと考えている.

次に, V_0 から V_{n-1} に全てポリゴンがありそれらの光波が V_n に入射する場合を考えると, V_n 上の全光波分布 $U_n(x,y)$ は, 遮蔽された各ポリゴン光波の総和なので

$$U_n(x,y) = \sum_{i=0}^{n-1} u_{i,n}(x,y) \quad (7)$$

と求められる. 同様に V_n の一つのセグメントに入射する全ポリゴンからの部分光波分布 $S_n(x,y)$ は

$$S_n(x,y) = \sum_{i=0}^{n-1} s_{i,n}(x,y) \quad (8)$$

となる. そこで(6)式を(7)式に代入することにより

$$U_n(x,y) = \sum_{i=0}^{n-1} W_{z_n-z_i} \{D_i(x,y) - \sum_{j=0}^i A_i(x,y) s_{j,i}(x,y)\} \quad (9)$$

となる. 同様に(5)式を(8)式に代入して

$$S_n(x,y) = \sum_{i=0}^{n-1} P_{z_n-z_i} \{D_i(x,y) - \sum_{j=0}^i A_i(x,y) s_{j,i}(x,y)\} \quad (10)$$

を得る. これらに(8)式を用いると以下のような連立漸化式を得ることができる.

$$U_n(x,y) = \sum_{i=0}^{n-1} W_{z_n-z_i} \{D_i(x,y) - A_i(x,y) S_i(x,y)\} \quad (11)$$

$$S_n(x,y) = \sum_{i=0}^{n-1} P_{z_n-z_i} \{D_i(x,y) - A_i(x,y) S_i(x,y)\} \quad (12)$$

6. 隠面消去した光波を求める手順

いま, ホログラムに平行な仮想平面 $V_{0,1,2}$ においてポリゴン光波 $D_{0,1,2}$ が求まっているとする. また, そ

れらに対応した開口関数を $A_{1,2}$ とする. このとき, V_3 に入射する全光波分布を計算する手順を Fig. 6 に示す. まず(12)式により $S_{0,1,2}$ は以下ようになる.

$$\begin{aligned} S_0(x,y) &= 0 \\ S_1(x,y) &= P_{z_1-z_0} \{D_0(x,y)\} \\ S_2(x,y) &= P_{z_2-z_0} \{D_0(x,y)\} \\ &\quad + P_{z_2-z_1} \{D_1(x,y) - A_1(x,y) S_1(x,y)\} \end{aligned} \quad (13)$$

一方, (11)式より U_3 は $S_{1,2}$ を用いて

$$\begin{aligned} U_3(x,y) &= W_{z_3-z_0} \{D_0(x,y)\} \\ &\quad + W_{z_3-z_1} \{D_1(x,y) - A_1(x,y) S_1(x,y)\} \\ &\quad + W_{z_3-z_2} \{D_2(x,y) - A_2(x,y) S_2(x,y)\} \end{aligned} \quad (14)$$

となる. 具体的な処理では, まず(i)に示すように D_0 に関する伝搬計算を行う. すなわち V_1 に入射する部分光波 $S_1(x,y)$ と, V_2 に入射する部分光波 $P_{z_2-z_0} \{D_0(x,y)\}$, さらに D_0 が全く遮蔽されずに V_3 に伝搬したときの全光波 $W_{z_3-z_0} \{D_0(x,y)\}$ を求める.

次に(ii)に示すように, D_1 に関する伝搬計算を行う. すなわち遮蔽光波 $D_1(x,y) - A_1(x,y) S_1(x,y)$ の V_2 への部分光波伝搬から S_2 を, また全光波伝搬から(14)式第2項を得る.

最後に $D_2(x,y) - A_2(x,y) S_2(x,y)$ の V_3 への全光波伝搬を求めて(14)式第3項を得る. 以上により全てのポリゴンから遮蔽を受けて V_3 に入射する全光波分布 U_3 を得ることができる.

7. 計算量の検討

以下では $N \times N$ ピクセルに標本化された光波分布を高速フーリエ変換するために必要な計算量を

$$\text{FFT}(N^2) = 4N^2 \log_2 N \quad (15)$$

と表す. この時, 仮想平面が $M \times M$ セグメントに分割されている場合のシフトフレネル回折計算法による(3)式の部分光波伝搬計算の計算量を C_p とすると,

$$C_p \left(\frac{N^2}{M^2} \right) = 3\text{FFT} \left(\frac{4N^2}{M^2} \right) \quad (16)$$

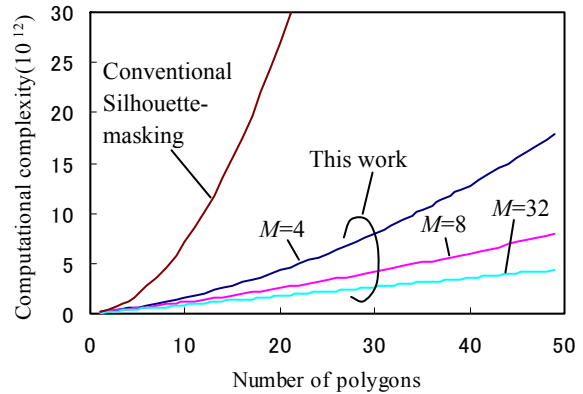


Fig.7 Computational complexity of the proposed method as functions of the number of polygons.

となる。また、(2)式の全光波伝搬計算に必要な計算量 C_w は、

$$C_w\left(\frac{N^2}{M^2}\right) = (2M^2 + 1)\text{FFT}\left(\frac{4N^2}{M^2}\right) \quad (17)$$

となる。(11), (12)式より、 n 個のポリゴンが配置されているとき、部分光波の伝搬計算は $n(n-1)/2$ 回、全光波の伝搬計算は n 回行われるので、本手法を用いた場合に必要な総計算量を $C_b(n, N^2/M^2)$ と表記すると、以下のようになる。

$$C_b\left(n, \frac{N^2}{M^2}\right) = \frac{n(n-1)}{2} C_p\left(\frac{N^2}{M^2}\right) + n C_w\left(\frac{N^2}{M^2}\right) \quad (18)$$

以上より求めた本手法の計算量とポリゴン数の関係を分割数 $M=4, 8, 32$ の場合について Fig. 7 に示す。この図には比較のために従来法として伝搬計算法に角スペクトル法を用いた場合の計算量も示している。

Fig. 7 より、本手法を用いた場合は従来法よりも少ない計算量で光波の伝搬計算を行えることがわかる。また、本手法では分割数を増やすに従って計算量が減少することがわかる。

8. ホログラムの作製と光学再生

本手法を検証するために、ホログラムの作製と光学再生を試みた。Fig. 8 に作製したホログラムの物体配置を示す。同じサイズの 3 個の正方形ポリゴンをホログラムと平行な面内の同じ位置に、奥行き位置の間隔を 10cm として配置した。また、ポリゴン同士の重なりを確認しやすくするために、 P_1, P_2, P_3 の順にポリゴンの明度を暗くしている。

この様なポリゴン配置に対してピクセル数 16384×8192 、ピクセルピッチ $1.5\mu\text{m} \times 3.0\mu\text{m}$ の CGH を、フリンジプリンタを用いて作製した。このホログラムに 633nm の再生照明光で再生した結果を Fig. 9 に示す。(a)は正面から、(b)は左方向から、(c)は右方向から撮影した写真である。この結果より、本手法により正しく遮蔽処理が施されていることがわかる。

9. まとめ

本研究では、Babinet の原理とシフトフレネル回折計算法を用いることで、シルエット法において分割計算可能な新しい隠面消去法を提案した。また、実際にこの手法を用いて作製したホログラムを光学再生することで、正しく遮蔽処理を施すことができることを示した。さらに、本手法では伝搬計算の際の分割数を増やすことでその計算量を減少させることができることから、物体モデルを構成しているポリゴンがホログラムに比較して小さければ小さいほど有効な手法であることがわかった。

本研究は日本学術振興会の科研費(21500114)の助成を受けたものである。

10. 参考文献

- [1] K. Matsushima: Appl. Opt., **44**, 4607 (2005).
- [2] 近藤, 松島: 信学論 D-II, **J87-D-II**, 1487(2004).
- [3] K. Matsushima: Practical Holography XIX and Holographic Materials XI, SPIE Proceedings #5742, 25 (2005).
- [4] R. P. Muffoletto, J. M. Tyler, and J. E. Tohtline: Opt. Express **15**, 5631(2007).

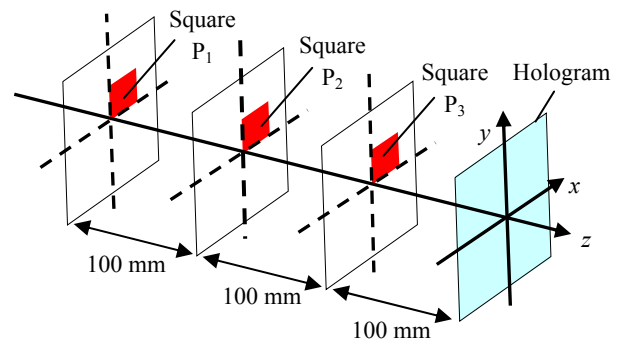


Fig.8 The object model for the experiment of optical reconstruction of an occluded scene.

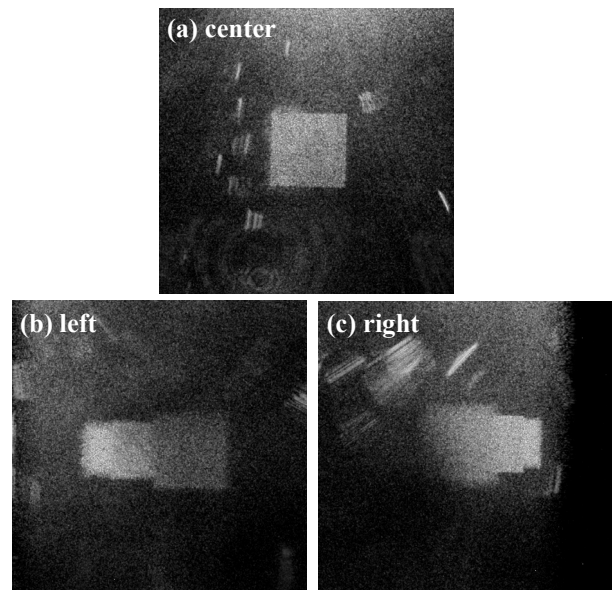


Fig. 9 Photographs of the optical reconstruction of the fabricated CGH, taken from some angles.