ポリゴン法による CGH 計算とその周辺技術

- 新しいオフアクシス型回折計算法であるシフト角スペクトル法を中心として-

Wave-Optical Techniques for CGH Computation by the Polygon-Based Method

- On a Novel Technique of the Shifted Angular Spectrum Method for Off-Axis Numerical Propagation -

松島恭治

Kyoji Matsushima 関西大学 電気電子情報工学科

Department of Electrical and Electronic Engineering, Kansai University

Abstract

Techniques of off-axis numerical propagation are very useful in computing "field-oriented" polygon-based CGH. The shifted Fresnel method is one of the methods of off-axis numerical propagation and was used for creating "The Venus" that reconstructs truly fine 3D images with strong sensation of depth. However, the method has a big problem that strong aliasing errors are caused in short distance propagation, and therefore, imposes constraints on designing 3D scene. To resolve the problem, a novel method of off-axis propagation, name the shifted angular spectrum method, is developed and used for computing a new CGH. Theory of the new method and applications of off-axis numerical propagation are presented.

1. はじめに

ポリゴン法とシルエット法を用いて計算された大規模全方向視差 CGH である"The Venus"は、非常に強い実在感と奥行き感を有する空間像を 再生するため、本来 CGH が有する3 次元映像再生能力を示す良いデ モンストレーションとなっている[1,2]. The Venus の計算に用いられたこ れらの手法は、いずれも波動光学的な計算理論に基づいている. ポリ ゴン法[3]におけるポリゴン光波の計算では非平行平面間の伝播計算 理論である回転変換[4,5]、また平行平面間の伝搬計算には角スペクト ル法[6]が用いられている. さらに、波動光学的手法において大規模な CGH を計算するためにはオフアクシス型の伝搬計算手法が不可欠で



図1 The Venus の光学再生像[2]

あり、The Venus の計算には、Muffoletto らが近年提案した Shifted Fresnel diffraction の手法(以下、シフトフレネル法)[7]が大きな役割を果たした.

The Venus の計算においては、シフトフレネル法により計算機に入りきらない大規模な光波複素振幅を分割 して伝搬し、シルエット法[8]による相互オクルージョンの処理を実現している。しかし、オフアクシス型の計算 手法の有用性はそれだけに留まらない、例えば、この手法を用いることにより波動光学に基づいた完全な

HODIC Circular ホログラフィック・ディスプレイ研究会 (Page15-21) Vol. 29, No. 4 (Oct. 2009)



(a) d = 10 cm

(b) d = 25 cm

図 2 シフトフレネル法で伝搬計算した背景画像の簡易再生シミュレーション

CGH の再生シミュレーションが可能である[9]. これは, 再生照明光により照らされた CGH が発する光波を観察者の眼の位置まで伝搬計算して網膜での結像をシミュレートするものであり, 視点位置や注視点の移動, 視線方向の変化, 再生照明光の変化等どのような状況に対しても, 観察者が見るであろう光学再生像を, 非回折光, 共役像, 高次回折像, スペックル雑音も含めて完全に再現する技術である[10]. さらに, オフアクシス計算で可能な部分光波計算を用いて, 小さな物体が多数存在するような3Dシーンを再生する大規模CGHにおいて, シルエット法による相互オクルージョンの処理を高速に計算する手法も提案されている[11].

この様に、シフトフレネル法によるオフアクシス型伝搬計算は有用ではあるが、一方で伝搬距離について強い制限があり、ポリゴン法とシルエット法による CGH の 3D シーンのデザインに強い制約をもたらしてきた.この制約を取り除くため、我々は新しいオフアクシス型伝搬計算手法としてシフト角スペクトル法を開発した.ポリゴン法やシルエット法についてはすでに種々の報告を行っているため、本稿では、シフト角スペクトル法の具体的手法を中心として、それにより計算したポリゴン法 CGH について報告し、またオフアクシス型伝搬計算手法を応用した周辺技術についても概説する.

2. シフトフレネル法の限界とそれによる 3D シーンの制約

シフトフレネル法は、その伝搬距離が、サンプリン グ領域の大きさの数倍以下になると、エイリアシン グを起こして多重像を発生する. The Venus と同 じ手法で作成した2番目のCGHであるモアイ(以 下Moai I)の背景画像に拡散位相を乗じてシフトフ レネル法で距離d だけ伝搬し、その後に角スペク



図4 Moai Iの光学再生像. 視点は概ね両眼の位置に対応している.



HODIC Circular ホログラフィック・ディスプレイ研究会

(Page15-21) Vol. 29, No. 4 (Oct. 2009)

トル法で逆伝播して得た簡易再生シミュレーションの結果を図2 に示す. この背景画像の幅は13 cm であるため, 伝搬距離がd = 10 cm の場合には多重像となってしまっていることがわかる. 一方, d = 25 cm の伝搬では正常に再生されることがわかる.

この様な多重像の問題が 3D シーンを構成する各物体で生 じることから、それを避けるため、図 3 (a)に示すとおり Moai I ではホログラムから最奥の背景画像までの距離が 55 cm にな ってしまっている. ホログラム自体のサイズは 6.5×6.5 cm²であ るため、この CGH では、ちょうど 6.5×6.5 cm²の開口から深い 穴の底を眺めたのと同様のシーンになっており、両眼で最奥 を見ることができないため、極めて違和感の強い映像になっ



図 5 シフト角スペクトル法の理論モデルとオ フアクシス座標系の定義

てしまっている.また,図4の光学再生像からわかるとおり,背景画像もその位置がホログラムから遠すぎて縮 小してしまっており,視野を覆う背景をイメージしたデザインの意図が台無しになっている.

3. シフト角スペクトル法とそれによる CGH

シフトフレネル法には以上の様な欠陥があるため、伝播距離の問題が生じない帯域制限角スペクトル法[12]をベースとして新たなオフアクシス型の伝搬計算法を開発した.これをシフト角スペクトル法と呼んでいる.以下、シフト角スペクトル法の詳細を述べる.

伝搬元である(x, y, 0)平面上の光波複素振幅分布 g (x, y, 0)を距離 z 伝搬したときの回折像は, Rayleigh-Sommerfeld の回折式の畳み込み形式で g(x, y, z) = g(x, y, 0)* $h(x, y, z_0)$ として与えられ, 畳み込みの定理を用いて $G(u, v, z_0) = G(u, v, 0)H(u, v, z_0)$ と表される. ここで,

 $G(u,v;0) = \mathbf{F} \{g(x,y;0)\} = \iint g(x,y;0) \exp[-i2\pi(ux+vy)] dxdy,$ $H(u,v;z_0) = \exp[i2\pi w z_0]$ $w = (\lambda^{-2} - u^2 - v^2)^{1/2}$

である. F{}はフーリエ変換を表し、求められる回折波 $g(x, y; z_0) = \mathbf{F}^1 \{ G(u, v; z_0) \}$ は波動方程式の解となっている. この手法は角スペクトル法と呼ばれ、フレネル回折式は上式の放物面近似式になっている. この角スペクトル法の式を図 5 に示すオフアクシスの座標系に座標変換を行う. すなわち、 $\hat{x} = x - x_0$ 、 $\hat{y} = y - y_0$ とすることにより、

$$\hat{g}(\hat{x}, \hat{y}; z_0) = g(\hat{x} + x_0, \hat{y} + y_0, z_0)$$

=
$$\iint g(x, y; 0)h(\hat{x} + x_0 - x, \hat{y} + y_0 - y; z_0)dxdy$$

となるため, 畳み込みの定理を用いて,

$$\hat{g}(\hat{x}, \hat{y}; z_0) = F^{-1}\{\hat{G}(u, v; z_0)\}$$

$$\hat{G}(u, v; z_0) = G(u, v, 0)H(u, v; z_0)\exp[i2\pi(x_0u + y_0v)]$$

と変形することができる. 従って, 周波数応答関数 $\hat{H}(u,v;z_0) = H(u,v;z_0) \exp[i2\pi(x_0u+y_0v)]$ を用いることにより, 伝搬先のオフアクシス座標系での回折波を求めることができる.



(a) d = 10 cm

(b) d = 25 cm

図 6 シフト角スペクトル法で伝搬計算した背景画像の簡易再生シミュレーション

しかし、この新しい周波数応答関数をサンプリング間隔Δu,Δv で離散化して数値計算に用いた場合、特定の領域以外では周波数応答関数自体のエイリアシングが生じて意味のある結果が得られない。そのため、エイリアシングが生じない範囲で入力光波の空間周波数帯域を制限しなければならない。通常の(シフトしない)帯域制限角スペクトル法の目的は計算結果に生じる雑音様の計算誤差を取り除くことであり、帯域制限は必ずしも必須ではなかったが[12]、シフト角スペクトル法の場合は帯域制限が必要不可欠である。この制限帯域は、1次元では

$$\begin{array}{rcl} u_{\rm limit}^{(-)} < u < u_{\rm limit}^{(+)} & \cdots & S_x < x_0 \\ -u_{\rm limit}^{(-)} < u < u_{\rm limit}^{(+)} & \cdots & -S_x \le x_0 < S_x \\ -u_{\rm limit}^{(-)} < u < -u_{\rm limit}^{(+)} & \cdots & x_0 \le -S_x \end{array}$$

となる. ここで $u_{\text{limit}}^{(\pm)} = \left[\left\{ x_0 \pm (2\Delta u)^{-1} \right\}^{-2} z_0^2 + 1 \right]^{-1/2} \lambda^{-1}$ であり, $S_x = (2\Delta u)^{-1}$ は円状離散畳み込みを直線畳み込みに変換する拡張処理を行った場合のサンプリング領域の大きさである. 2 次元での帯域制限領域は, 厳密には複雑な楕円領域の組み合わせとなるが, たいていの場合 1 次元の結果を水平垂直にそのまま組み合わせても良い近似となっている.

このシフト角スペクトル計算法を用いて図2と同様のシミュレーションを行った結果を図6に示す. 伝搬距離が短い場合でも正しい結果が得られていることがわかる.そこで, Moai I と同じ素材を用い,シフト角スペクトル法を用いることを前提としてデザインしなおした Moai II の 3D シーンを図7に示し,そのシミュレーション再生像を図8に示す. Moai II ではその奥行き深さを The Venus と同じ30



図 8 Moai II のシミュレーション再生像. 視点は概ね 両眼の位置に対応している.





図9 CGHの純波動光学的再生シミュレーション



図 10 CGH の波動光学的なシミュレーション再生の例

cm にまで縮めており、シミュレーション再生像からも背景画像が視野を覆うというデザイン意図を満たすものと なっていることがわかる.

4. オフアクシス型伝搬計算法の応用

この様なオフアクシス型伝搬計算法を用いると、大規模 CGH の計算だけではなく、従来難しかった様々な波 動光学的計算が可能になる.

図9は純波動光学的にCGHの再生シミュレーションを行う手法を示している. 従来はサンプリング数の極端 な拡張が必要なため計算困難であった遠距離の伝搬計算でも、オフアクシス型の伝搬計算法を用いると計算 が簡単に行える. これを用いて眼球の瞳に入射する光波を求め、光波の回転変換により視線の向きを調節し て、角膜および水晶体のレンズ作用により網膜に結像する像を計算することが出来る. 図 10 はフリンジプリン タにより描画したワイヤーフレームモデル CGH のシミュレーション再生の例である. 非回折光やスペックル雑 音まで正確にシミュレートされており、共役像や高次回折像も再生することができる.

図11は、オフアクシス型伝搬計算を用いて、大規模 CGH における疎な3D シーンの分割計算において効率よくシルエット法を実行する手法を示している. 大規模 CGH においては分割計算が必要であるため、光波



図 11 部分光波伝搬とバビネの原理の基づく疎な 3D シーンの分割計算手法の概念



図 12 試作CGH の"Aqua"

伝搬計算のコストが極めて高くつく. 通常のシルエット法は物体の数だけ物体空間の断面全体の伝搬計算を 繰り返す必要があるが,小さな物体が多数存在するような3Dシーンではこれは非常に効率が悪い. 提案手法 ではバビネの原理を反復的に拡張することにより,物体空間断面全体を対象とした伝搬計算を排除し,小さな 物体が存在する領域だけの部分光波伝搬を最小限の回数だけ繰り返すことにより従来の分割計算手法より短 い時間で計算することを可能にしている. 図 12(a)にはこのアルゴリズムを検証するために試作した CGH であ る"Aqua"の 3D シーン,また(b)にはその光学再生像を示す. この CGH では,ホログラムサイズの4分の1以 下の小さな物体を5個配置している. 32,768×32,768 ピクセルのホログラムを4×4 に分割して計算したところ, 従来の手法に比べて概ね4分の1の時間短縮が可能であることが分かった. この試作 CGH は The Venus や Moai I, Moai II に比べてサイズが小さいが,驚くほど奥行き感の強い空間像を再生する. この CGH を試作し た時点ではシフト角スペクトル法の計算手法が確立しておらず,シフトフレネル法を用いたため,シーンの奥 行きが非常に深くなっており,これ以上物体を増やすことは困難であったが,今後はシフト角スペクトル法によ り CGH サイズおよび物体数の増加を試みる予定である.

5. まとめ

ポリゴン法とシルエット法のように波動光学的手法に基づくCGH計算では、オフアクシス型伝搬計算が非常に 重要な役割を果たす.この様な手法の代表格であるシフトフレネル計算法は、しかしながら、短距離伝搬でエ

イリアシングを生じ、CGH シーンの構成に制約をもたらしていた. そこで、新しいオフアクシス型伝搬計算法として、シフト角スペクトル法を開発した. この手法では伝搬距離の制約やほとんどないため、自由な 3D シーンの構成が可能となった. また、このようなオフアクシス型伝搬計算の応用として、波動光学的な CGH 再生シミュレーションと疎な 3D シーンにおけるシルエット法処理を加速する手法を紹介した.

本研究は日本学術振興会の科研費(21500114)の助成を受けたものである.

参考文献

- [1] 松島, 中原: "ポリゴン法による大規模な全方向視差 CGH 作成のための分割計算手法",3 次元画像コン ファレンス 2009 講演論文集,61-64(2009).
- [2] K. Matsushima, S. Nakahara: "An Extremely High-Definition Full-Parallax CGH Created by the Polygon-Based Method," Appl. Opt. 48, No. 34, (2009) in press.
- [3] K. Matsushima: "Computer-Generated Holograms for Three-Dimensional Surface Objects with Shade and Texture," Applied Optics 44, 4607-4614(2005).
- [4] K. Matsushima: "Formulation of the Rotational Transformation of Wave Fields and Their Application to Digital Holography," Appl. Opt. 47, D110-D116(2008).
- [5] K. Matsushima, H. Schimmel, F. Wyrowski: "Fast Calculation Method for Optical Diffraction on Tilted Planes Using the Angular Spectrum of Plane Waves," J. Opt. Soc. Am. A20, 1755-1762(2003).
- [6] J. W. Goodman: Introduction to Fourier Optics, 2nd ed. (McGraw-Hill, 1996), chap. 3.10.
- [7] R. P. Muffoletto, J. M. Tyler, and J. E. Tohline, "Shifted Fresnel diffraction for computational holography," Opt. Express 15, 5631–5640 (2007).
- [8] 近藤, 松島: シルエット近似を用いた全方向視差 CGH の隠面消去,信学論 D-II, J87-D-II, 1487-1494(2004).
- [9] 村上, 圓山, 松島: "全方向視差 CGH の波動光学的再生シミュレーション", 3 次元画像コンファレンス 2009 講演論文集, 105-108(2009).
- [10] 村上, 松島: "計算機合成ホログラムの波動光学的再生シミュレーション-再生照明光波面の再生像への影響のシミュレーション-", HODIC Circular 29, No.3, 7-10(2009).
- [11] 中村,松島,中原: "全方向視差 CGH における Babinet の原理と部分光波伝搬を用いた隠面消去法", HODIC Circular 29, No.3, 3-6(2009).
- [12] K. Matsushima, T. Shimobaba: "Band-Limited Angular Spectrum Method for Numerical Simulation of Free-Space Propagation in Far and Near Fields," Optics Express, (2009) to be published.