



反復最適化アルゴリズムを用いた 任意形状ビーム整形用回折光学素子の設計

松島 恭治, 森村 隆[†]

関西大学 工学部先端情報電気工学科 (〒564-8680 大阪府吹田市山手町3-3-35)

A Diffractive Optical Element Designed for Arbitrary Pattern Beam Shaping by Use of Iterative Optimization Algorithm

Kyoji MATSUSHIMA and Takashi MORIMURA[†]

Department of Electrical Engineering and Computer Science, Kansai University,
3-3-35 Yamate-cho Suita, Osaka 564-8680

(Received November 24, 2006)

Techniques of diffractive optical elements (DOEs) based on computer-generated holograms are surveyed. This type of DOE is numerically designed and optimized by using an iterative diffraction algorithm or a nonlinear search algorithm. In this report, a beamshaper designed by employing the former type of algorithm is presented. The beamshaper is capable of transforming an incident Gaussian beam into a specific beamshape, which has a complicated pattern modeled on a printed circuit with a spatial resolution of tens of micron. The actual procedure for designing the beamshaper and the criteria used to determine the design parameters are reported. Furthermore, an evaluation of the designed and fabricated beamshaper and several ideas for improving it are discussed.

Key Words: Diffractive optical element, Computer-generated hologram, Beamshaping, Iterative algorithm

1. はじめに

ホログラフィは一般向けには立体画像技術として紹介されることが多いが、それはまた波面変換素子でもある。実際、ホログラフィック光学素子 (Holographic optical element: HOE) はホログラフィと同様に光の干渉現象を利用して作製され、干渉縞による光の回折現象によって入射波面を別の波面に変換している。そのため、HOEは広義の回折光学素子 (Diffractive Optical Element: DOE) であると言える。しかしながら、HOEの様には作製時に2光束以上の光の干渉を用いる素子では、まず素子作製に適した光波を発生する必要があり、それが作製可能な素子の種類を制限している。

一方、干渉する光の波面に関する情報さえあれば、干渉縞は計算機によっても計算可能である。また、干渉そのものをシミュレートしなくても、特定のルールに従った光の空間変調によりHOEと同様に波面の変換が可能である。これは、計算機合成ホログラム (Computer-generated hologram: CGH) と総称され、A. W. Lohmannによって最初に提唱された^{1,2)}。CGHも回折現象を利用して入射光の波

面を変換するため、現在では回折光学素子の一種と考えられており、文献によっては数値型回折光学素子^{†1)} (Numerical-type DOE) と呼ぶものもある³⁾。また元々のLohmannのCGHや、参照光との干渉をシミュレートして計算されるCGHは振幅変調型であるが、位相変調型の方が効率の点で圧倒的に有利であるため現在ではほとんど位相変調型であり、Diffractive phase element (DPE) やキノフォーム (Kinoform) と呼ばれることもある。

このタイプのDOEのもっとも大きな特徴は、その素子パターンが計算機により数値合成あるいは最適化されるため、非常に大きな自由度を持つことである。そのため、屈折光学素子やHOEでは考えられない様な多機能/複合機能光学素子が設計できる。反面、現時点ではその作製法は微細加工技術による表面レリーフの形成にほぼ限られているため、いわゆる「薄いホログラム」となり、通常、単色のコヒーレント光でしか機能しない^{†2)}。

このタイプのDOEでは、その作製技術もさることながら、数値設計の技術が非常に重要となる。数値型DOEの設計や最適化には非常に多くの手法が提案されている

[†] 現在、(株)住友電工ハードメタル (〒664-0016 兵庫県伊丹市昆陽北1-1-1)。
Sumitomo Electric Hardmetal Corp.

が、それらは通常、反復的な最適化を行う。これは、一般的に位相のみの空間変調では近似的な解しか存在しないか、または完全な解を見出すことが極度に困難なためである。

反復型の設計手法は大きく2種類に大別することができる。ひとつ目は、入射光が位相変調素子を通過した直後の波面とその光波が作動距離だけ回折伝搬した時の出力面での波面に制約を課し、素子面と出力面との間を反復的に伝搬/逆伝搬して望みの波面を発生する位相分布に収束させる手法である。これはGerchbergとSaxtonによって最初に提案されたためGS法⁵⁾、あるいは反復フーリエ変換法^{6,7)}(Iterative Fourier transform algorithm: IFTA)と呼ばれる。後者の呼び名の由来は、素子設計でレンズを用いたフーリエ光学系を仮定することが多く、上述の伝搬/逆伝搬がフーリエ変換/逆変換によって行われることにある。これに良く似た手法として位相回復(Phase retrieval)の技術⁸⁾を応用したものが報告されている⁹⁻¹¹⁾。IFTAと位相回復は素子面と出力面で課す制約が異なるだけであり、事実上は同じアルゴリズムのバリエーションと考えて良い。実際、「位相回復」的な制約を取り入れた改良型IFTAも報告されている^{12,13)}。本稿では、以下このタイプの設計法を反復回折型と呼ぶ。

もう一つの分類は、様々な非線形最適化のアルゴリズムを用いて、目的の波面を発生するような位相分布を探索する手法である。代表的なものとして直接二分探索法¹⁴⁾(Direct binary search: DBS)や、遺伝アルゴリズム¹⁵⁾(Genetic algorithm: GA)、シミュレーテッドアニーリング¹⁶⁾(Simulate dannealing: SA)、あるいはSAとよく似たSimulated quenching¹⁷⁾を用いた手法などが報告されている。本稿では以下このタイプの設計法を探索型と呼ぶ。

これらの2種の方法を比較すると、後者の探索型では設定した目的関数(コスト関数やメリット関数)の目的を達成する方向に最適化が進むのに対して、前者の反復回折型は基本的に設計目標となる強度分布との平均2乗誤差を減少させる方向にしか最適化が進まない。そのため、探索型の方が自由度の高い数値設計が可能である。一方、SAやGAなどの探索型手法による数値設計は一般に非常に時間がかかり、実際に報告されているのは高々 10^4 ピクセル程度の素子までである。反復回折型はもっと大規模な素子設計に用いることができるが、目的関数を用いて直接的に設計目標を設定できないため、精度より効率を優先したい場合など、ある種の設計には不便なことも多い。そのため、反復回折型よりは遅いがSAやGAより速く、コスト関数が設定できる同時摂動法の利用も試みられている^{18,19)}。

これらの反復的手法とは異なり、目標強度分布を一回ラスタスキャンするだけで量子化した位相分布が得られる手法として誤差拡散法²⁰⁾がある。これは画像処理で画素の2値化に用いられる手法と同じものであり、フーリエ光学系ではフリーゾーンと呼ばれる位相コーディング/量子化ノイズの減少する領域が得られるため²¹⁾、それほど精度を要しない大規模な波面変換では用いることができる。フリーゾーンの形状は拡散係数列の設定によって変

わるため、GA²²⁾や同時摂動法²³⁾を用いた最適拡散係数列の探索も行われており、実際にバイナリ位相変調の実験結果が得られている²³⁾。

反復的な手法を用いて数値設計を進めていくと、しばしば途中で最適化の停滞(stagnation)に出会う。この場合、本来フラットになるべき出力面の強度分布に、強度が減少した微小な孔が形成されていることが多い。これは、本来は観測されない位相分布に非連続な分布が形成されているためである²⁴⁾。このような異常な位相分布はphase dislocation, 2π branch, 2π circle, あるいは単にスベックルなど様々な名称で呼ばれるが²³⁾、DOEの数値設計にはしばしば現れる普遍的な現象である。このようなphase dislocationによるstagnationを防ぐために、phase unwrapping algorithm^{11,25)}やスベックル除去^{24,26)}が用いられ、反復回折型においては、そもそもphase dislocationの発生を誘発しないように滑らかな初期位相やsoft codingの手法^{10,12,24)}が用いられる。

DOEの数値設計によって得られた位相分布を実現するために、微細加工技術を用いた表面レリーフの形成を行うが、その際、位相分布上のサンプリング点それぞれについてその位相に応じた一定の厚み(深さ)を形成する。これをピクセルと呼ぶ。一つのピクセルが矩形形状の場合、フーリエ光学系では出力面の強度分布がsinc関数状の変調を受け¹⁴⁾、光軸から離れた領域では効率が低下する。これを防ぐため、台形状のピクセルも提案されている^{17,27)}。また一般に、DOE作製時には位相の2値化や多値化などの量子化が必要である。DBS等の探索型の設計法では、はじめから量子化を前提とし、量子化された位相分布の最適な組み合わせを探索するが、反復回折型ではそのままでは量子化されない。そのため段階的量子化法²⁸⁾が用いられるが、最近、従来の段階的量子化法を逆転したような量子化法も提案されている²⁹⁾。また、一般に量子化に際しては、 $-\pi \sim +\pi$ の位相を均等に分割する均等量子化が用いられるが、近年、効率などのDOEの性能向上のため不均等量子化が提案されている³⁰⁻³²⁾。

本稿ではこのようなCGHあるいは数値型DOEの一例として、レーザービーム整形用のDOEを設計・試作を行った結果³³⁾とその改良について報告する。ビーム整形素子はレーザー加工などに有用な素子であり、CGH/DOEについても様々な研究が報告されている^{11,13,34-37)}。また慣性核融合用レーザービームの焦平面の強度均一化素子も同種の素子である^{9,10)}。これらのビーム整形では、一般に入射ガウシアンビームを数次~数100次程度のスーパーガウシアンビームに整形する。その結果、円形また正方形のフラットトップな強度分布を有するビームになる。一方、さらに複雑な形状のパターン形成/ビーム整形も可能であり試みられている^{12,15,16,27,29,32)}。しかしながら、これらの比較的複雑なパターン形成でも、その目標パターンやDOEのピクセル数は高々 $10^4 \sim 10^5$ ピクセル程度であり、レンズを用いたフーリエ光学系を想定していることも相俟って、本格的な工業用途のビーム整形というよりも学術的演習の色合いが濃い。

近年の計算機能力の著しい発達により大規模な計算の

コストが低下し、少し前にはスーパーコンピュータを必要としたような計算がデスクトップで行えるようになりつつある。さらには反応性イオンエッチングによる表面レリーフ型素子の製造技術の進歩により、比較的単純なビーム形状への変換や強度分布の均一化だけではなく、プリント配線パターンなど、特定用途の種々の複雑な形状の強度分布を発生する様にレーザービームそのものを整形する「テーラード回折光学素子」が実用化する可能性が高まっている。

そこで、本研究ではレンズを用いないフレネル型で解像度数 $10\ \mu\text{m}$ 程度の複雑なパターンを形成するレーザービーム整形素子の設計と製作を行った。このような光パターンは振幅マスクを用いても形成できるが、その場合の入射光波の利用効率が一般に数パーセント程度以下であるのに対して、本研究で報告する位相変調型DOEでは入射光を遮らないため、数10%程度の効率が期待できる。なお、後に述べるように、このような分解能を達成するためには 10^7 ピクセル程度の大規模なDOEが必要であるが、これは近年のPCで計算可能な範囲である。

2. 反復回折型最適化法を用いた フレネル型ビーム整形素子の数値設計

2.1 信号関数の設定

ビーム整形素子の設計を行う場合、まず適切な信号関数を設定する必要がある。信号関数とは、ビーム整形素子を透過した光が回折することによって得られる像面(出力面)強度分布の目標パターンであり、振幅分布 $u_{\text{sig}}(x, y)$ で表す。本研究では、Fig. 1に示す回転対称性のないプリント配線状のパターンを目標ビームパターンとした。このプリント配線のルールは線幅・線間とも $150\ \mu\text{m}$ であり、0または1の2値のパターンである。しかしながら、このような2値のパターンをそのまま $u_{\text{sig}}(x, y)$ として設計に用いた場合、振幅値が0から1または1から0に急激に変化するエッジでは数値設計がうまく進まない。そのため、Fig. 2に示すとおり、急峻なエッジを鈍化するために $1/e$ 全幅 $2\Delta w = 20\ \mu\text{m}$ のガウス関数とのコンボリューション積分を行ない、それを数値設計に用いた。

2.2 設計パラメータの可変範囲

Fig. 1の目標ビームパターンを得るためにはビーム整形

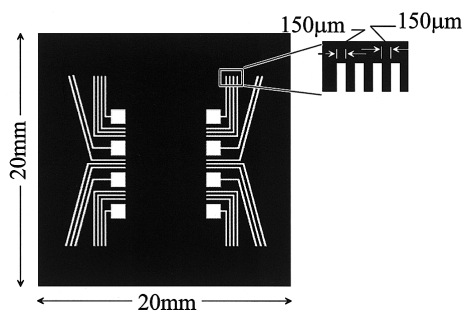


Fig. 1 The target amplitude image of the beam shaper numerically designed by using a method based on computer-generated holograms.

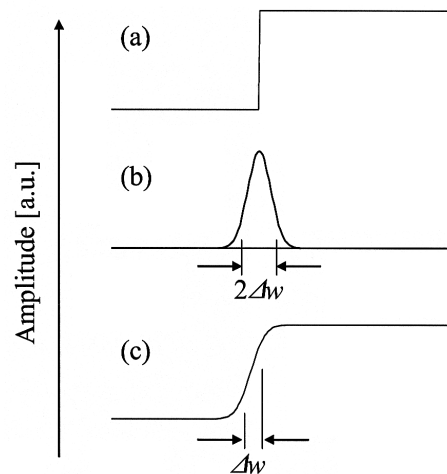


Fig. 2 Principle of anti-aliasing: (a) an edge of amplitude in the target pattern, (b) a gauss function in the width of $2\Delta w$, and (c) convolution of (a) and (b).

素子の物理的なパラメータに制約が生じる。ここで決定しなければならない主な設計パラメータとしては、ビーム整形素子の作動距離 L 、素子サイズ $2R$ 、入射ビーム径 $2w$ がある。ここで、 w は入射する基本ガウスビームの $1/e^2$ 半幅である。これらをFig. 3に示す。素子サイズは、入射ビームのビーム径によって決まる。すなわち、入射ガウスビームの有するパワーのうち、何割をカバーするかで決まる。そこで本研究では、

$$R = mw \quad (1)$$

とし、係数 $m \approx 2$ 程度の値を用いている。

一方、これらの値を決めるにあたっての制約条件としては、素子を作製する際に用いるプロセスで決まるピクセルサイズ δ の最小値、前節で述べた目標ビームパターンの空間分解能がある。特に後者は、素子のNAの最小値を決定することになるため、大きな制約となる。本研究で目標とするビームパターンでは、Fig. 2(c)に示すとおり、光強度が0から一定値に立ち上がるエッジ部分の幅が空間分解能を決めることになる。前節で述べたとおり、本研究では元のパターンと全幅 $2\Delta w$ のガウス関数とのコンボリューションによってエッジの鈍化を行っているため、この Δw が必要な空間分解能の指標となる。

本素子が無収差のレンズであるとし、集光ビームの

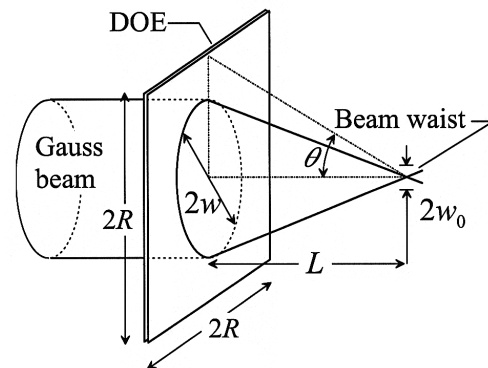


Fig. 3 Parameters used for designing the beamshaper.

ビームウェストのスポットサイズを $2w_0$ とすると、このスポットサイズが素子の回折限界の空間分解能を表すことから、本研究では、

$$w_0 \leq \Delta w \quad (2)$$

となる必要がある。

入射ビームが、ちょうどそのビームウェスト位置で、焦点距離 f のレンズにビーム径 $2w$ で入射する時、集光ビームのスポットサイズ $2w_0$ はよく知られているように、

$$w_0 = \frac{f/z_0}{\sqrt{1+(f/z_0)^2}} \times w \quad (3)$$

となる。ここで、 $z_0 = \pi w^2 n / \lambda$ は入射ビームの共焦点パラメータであり、 n は屈折率、 λ は波長である。数ミリ程度のビーム径の入射ビームでは一般に $f \ll z_0$ であり、 $L \cong f$ として差しつかえないため、上式から、

$$w_0 \cong \frac{Lw}{z_0} = \frac{\lambda L}{\pi n w} \quad (4)$$

となる。従って、式(2)を用いると、入射ビームのビーム径の下限が

$$w_{\min} = \frac{\lambda L}{\pi n \Delta w} \quad (5)$$

で与えられ、これ以下の入射ビーム径では作動距離 L において必要な空間分解能が得られないことがわかる。

一方、入射ビーム径 w を大きくとり、それに応じて素子サイズ $R = mw$ を大きくすると、作製プロセスの制約により必要なピクセルサイズが得られない問題が生じる。これはちょうど、フレネルレンズの外縁部において格子の繰り返し周期が短くなり過ぎることに対応している。Fig. 3に示すように、素子の最外縁部を通過して角度 θ で一点に集光する光を考えると、素子の外縁部で素子パターンに必要な空間周波数は、

$$\begin{aligned} v &= \frac{n \sin \theta}{\lambda} = \frac{n}{\lambda} \frac{R}{\sqrt{L^2 + R^2}} \\ &\cong \frac{nR}{\lambda L} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。ここで $L \gg R$ が成り立つものとした。ナイキストの定理からこの空間周波数はピクセルサイズ δ に対して、 $\delta^{-1} > 2v$ を満たさなければならない。従って、

$$R \leq \frac{\lambda L}{2n\delta} \quad (7)$$

となり、素子のサイズはこの制限の範囲内であればならない。結果として、式(1)から、入射ビーム径の上限は

$$w_{\max} = \frac{\lambda L}{2mn\delta} \quad (8)$$

で与えられることがわかる。

以上より、入射ビームのビーム径 w は作動距離 L 、ピク

セルサイズ δ に対して、

$$\frac{\lambda L}{\pi n \Delta w} \leq w \leq \frac{\lambda L}{2mn\delta} \quad (9)$$

の範囲になければならないことがわかる。これは式(1)を用いて素子サイズの関係に置き換えても同じことである。今、上式で等号が成り立つ場合を考えると、像面において空間分解能 Δw が得られるビーム整形素子を作製するために必要なピクセルサイズの最大値は、次式で表される。

$$\delta_{\max} = \frac{\pi}{2m} \times \Delta w \quad (10)$$

この値より大きなピクセルサイズでは、関係式(9)を満たすような入射ビーム径(素子サイズ)の値は存在しなくなる。このピクセルサイズの制限は作動距離や波長に無関係であることは特筆すべきことである。

この結果より、 m を $\pi/2$ 程度とすると、 $\delta_{\max} \cong \Delta w$ となり、像面においてある空間分解能のビーム整形素子を設計・製作するために必要なピクセルサイズはその空間分解能に等しい、という簡潔な結論が得られる。

本研究では、前節で述べたとおり $\Delta w = 10 \mu\text{m}$ であるので、入射ビーム径と素子サイズの比率を $m = 2$ としたとき、少なくとも $\delta_{\max} = 7.9 \mu\text{m}$ のピクセルサイズが得られるプロセスが必要であることがわかる。これは最低限の値であるので、もう少しパラメータの可変範囲に余裕を持たすため、実際には $\delta = 5 \mu\text{m}$ とした。従って設計波長 632.8 nm として素子の作動距離を $L = 200 \text{ mm}$ とすると、入射ビーム径は $2w = 8.0 \sim 12.6 \text{ mm}$ の範囲となる。そのため、本研究では入射ビーム径を 10 mm とし、素子サイズをその2倍の 20 mm 程度とした。以上の結果から、この素子に必要なピクセル数は $4096 \times 4096 \sim 1.6 \times 10^7 \text{ pixel}$ に達することがわかる。

2.3 反復回折型最適化法による数値設計

本研究では反復回折型最適化法によりビーム整形素子の数値設計を行った。これは、第1章で述べたとおり、素子射出直後の光波とその回折像との間の回折伝播計算を双方向に反復することにより、必要な回折像を与える素子の位相分布を求めるものである。Fig. 4にその手順を示す。

まず、2.1節でエッジ鈍化処理を行った振幅パターンを信号関数 $u_{\text{sig}}(x, y)$ として、出力像面側の光波分布の初期値を

$$U(x, y) = u_{\text{sig}}(x, y) \exp[i\Omega(x, y)] \quad (11)$$

とする。ここで $\Omega(x, y)$ は像面光波分布の位相の初期値である。この光波の逆回折計算を行うことで、素子の複素透過率 $t(x, y)$ を求める。

素子が位相と振幅の空間変調を完全に行える理想的なものであればこれで計算は終了であるが、一般には、振幅または位相のみの変調、あるいは量子化等の制約が存在する。そのため、 $t(x, y)$ にこれらの制約を課す。この

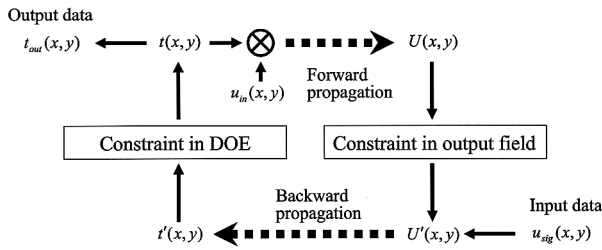


Fig. 4 Procedure of iterative diffraction algorithm for numerical design of beamshapers.

制約には様々なバリエーションがあり、どのような制約をどの段階で課すかについては、様々な工夫が可能である。

本研究のDOEでは、量子化は16レベルであるので、連続値として設計を進めても大きな問題はないと考えた。一方、本素子は表面レリーフ構造による位相変調素子であり、振幅に対する変調は行えないので、 $|t'(x,y)|=1$ となるように、次の制約を課した。

$$t(x,y) = \exp[i \arg(t'(x,y))] = \frac{t'(x,y)}{|t'(x,y)|} \quad (12)$$

この位相分布がビーム整形素子の初期位相分布となる。これに入力光波 $u_{in}(x,y)$ を乗算したものを回折計算することで像面光波分布 $U(x,y)$ を求める。

素子側の制約を課したことで、像面の光波分布には変化が生じており、目標とする光強度分布とは異なったものとなっている。そこで、次に出力像面側の制約を課すが、像面側と素子側は伝播・逆伝播によって相互に結びついているため、再び式(11)と同じ光波を設定しても無意味である。何らかの自由度がなければ、目標とする光強度分布を与える位相分布の解に収束しない。通常、この自由度としては位相自由度と空間自由度が用いられる。前者は、ビーム整形素子では一般に出力像面の強度分布のみが重要であり、位相分布についてはなんら制限がないことであり、後者は目標とするパターンから空間的にある程度離れた位置で強度分布を制約しないことである。これらは一般に組み合わせで用いるが、設計する素子の目的によってはどちらかだけをを用いる場合もある。

本研究では両方の自由度を用いて数値設計をおこなった。具体的には、空間自由度として像面側でFig. 5に示す矩形の信号領域 W_{sig} を設定する。信号領域とは、その範囲

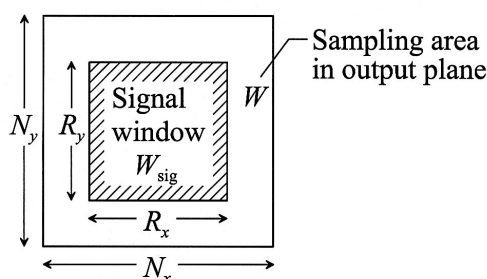


Fig. 5 A signal window used in constraint in output fields.

内では光強度の目標パターンへの収束を目指し、その外側では自由度を持たせる範囲を示す領域である。なお、ここで N_x と N_y はそれぞれ素子全体の x 、 y 方向のピクセル数であり、 R_x と R_y はその中でも信号領域の x 方向と y 方向のピクセル数である。信号領域を広げると自由度が減って、像面分布の品質が下がるが、一方狭くするとビーム整形されずに残るノイズ光が発生する領域が広がる。本研究では信号領域 W_{sig} の大きさを次のように定義している。

$$R_{sig} = \frac{R_x R_y}{N_x N_y} \times 100 [\%] \quad (13)$$

像面側の制約として、この領域 W_{sig} で次のような演算を行う。

$$U'(x,y) = \begin{cases} |u_{sig}(x,y)| \exp[i \arg(U(x,y))] & (x,y) \in W_{sig} \\ U(x,y) & (x,y) \notin W_{sig} \end{cases} \quad (14)$$

すなわち信号領域内では $U(x,y)$ の振幅を信号関数の振幅で置き換える一方、位相は変化させない。これは位相自由度を持たせるためである。なお、信号領域外では何も処理を行わない。

以上の手順を反復することにより、目標とするビームパターンを発生する素子位相分布を収束させる。

2.4 初期位相分布

Fig. 4の手順を用いて収束させるにあたって、どのような初期位相分布 $\Omega(x,y)$ を与えるかは、収束速度や収束結果に大きな影響を与える。一般に定数値を初期位相とした場合、非常に収束が遅く、良い結果が得られない。初期位相として乱數位相を用いることも行われるが、この場合、phase dislocationが大量に発生し²⁴⁾、それはFig. 4の反復過程では除去されないため、収束結果の像面分布の品質が非常に劣化する。

初期位相分布には滑らかで位相の跳びのない分布が必要である。そのため、矩形などの簡単な形状のパターンに整形する場合は、あらかじめ幾何光学的に屈折型ビーム整形素子在设计してその位相分布を初期値に用いることも行われるが¹³⁾、本研究のように複雑な形状のビーム整形ではそれも不可能である。そこで本研究では、次式で示すレンズ状の2次の位相分布を初期位相とした。

$$\Omega(x,y) = -k \left(\frac{x^2 + y^2}{2d_{ph}} \right) \quad (15)$$

ここで k は波数を表し、レンズの焦点距離に相当するパラメータを位相焦点距離 d_{ph} としている。

ここでの d_{ph} の決め方としては、像面上で設計目標とするパターンを覆うようなビームがあり、その位相が式(15)で与えられるとして、そのビームが素子の位置まで距離 L だけ逆方向に回折伝搬する時、素子面上でのビーム径が入射ビーム径 $2w$ と同程度になるように設定した。

すなわち、目標ビームパターンの広がりがFig. 1の白地部分の大きさ $2w_{sig}$ とする時、この仮想的なレンズの焦点

距離 d_{ph} を,

$$d_{ph} = \frac{w_{sig} L}{w_{sig} - w} \quad (16)$$

として設定した。

なお、実際にはこの様に決定した d_{ph} を用いても像面に phase dislocation により劣化が生じる場合があり、そのような場合には d_{ph} の値を微調整する必要がある。

2.5 設計結果とその像面強度分布の評価

前節まで述べた手法を用いて、実際に数値設計を行った。用いたパラメータをTable 1にまとめる。なお、素子のピクセル数は 4096×4096 であるが、回折伝播計算におけるエイリアス誤差を避けるため、縦横とも2倍にサンプリング点数を拡張し、拡張した部分をゼロ値で埋めた。すなわち、 8192×8192 のゼロ値で埋めたサンプリング格子の中央に 4096×4096 の (x, y) を配置して回折伝播計算を行った。回折伝播の数値計算には、回折距離の制約の無い平面波展開法³⁸を用いているため、 $U(x, y)$ についても (x, y) と同じサンプリング間隔とサンプリング点数になる。なお、平面波展開法で1回の回折伝播計算を行うためには、2回のFFTが必要である。

本研究では数値設計途中、あるいは数値設計完了後の出力像面強度分布を、S/N比、エネルギー効率、平坦性の三つの評価値により定量的に評価した。

2.5.1 S/N比の推移と収束結果

出力光波の強度分布の信号関数に対する類似性を次式で評価し、S/N比と呼んでいる。

$$SNR = \frac{\iint_{w_{sig}} |U(x, y)|^2 dx dy}{\iint_{w_{sig}} \|U(x, y) - \alpha |U_{sig}(x, y)|\|^2 dx dy} \quad (17)$$

ここで、 α はS/N比を最大にするように選ぶスケールファクターであり、

$$\alpha = \frac{\iint_{w_{sig}} |U(x, y)| |u_{sig}^*(x, y)| dx dy}{\iint_{w_{sig}} |u_{sig}(x, y)|^2 dx dy} \quad (18)$$

となる。

Fig. 6に反復計算を行ったときの反復回数に対するS/N比の推移を示す。これより反復200回ぐらいではほぼ収束していることがわかる。反復回数200回で得られたS/N比は33.1

Table 1 Summary of design parameters.

Wavelength	λ	632.8	[nm]
Pixel size	δ^2	5×5	$[\mu m^2]$
Number of pixels	$N_x \times N_y$	4096×4096	
Working distance	L	200	[mm]
Diameter of incident beam ($1/e^2$)	w	10	[mm]
Size of signal window	R_{sig}	16.9	[%]
Number of quantization level		16	

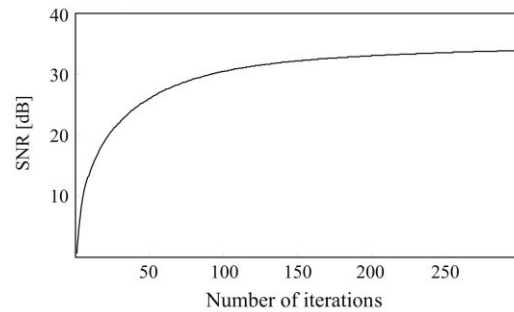


Fig. 6 Variation of signal to noise ratio with iterations of the procedure.

dBであった。

しかし、実際に作製する場合には量子化をする必要があるため、本研究においては連続値で設計したビーム整形素子をしきい値を用いて単純に16段階に量子化を行った。その結果、S/N比は17.2 dBに減少した。そのときの像面の振幅分布をFig. 7に示す。信号領域外に大きなノイズ光が存在するが、信号領域内では信号関数と類似した形状を確認することができた。

2.5.2 変換効率

変換効率 η_c を素子への全入射パワーに対する出力光波の信号領域内のパワーとして次式で定義している³⁹。

$$\eta_c = \frac{\iint_{w_{sig}} |U(x, y)|^2 dx dy}{\iint_{w_A} |u_{in}(x, y)|^2 dx dy} \quad (19)$$

ここで、 w_A は素子全面の領域を示す。

S/N比が収束し数値設計が完了したビーム整形素子のエネルギー効率について評価を行った結果、シミュレーションによるエネルギー効率は27.1%となった。これは、信号領域外にノイズ光としてエネルギーが拡散しているためである。実際の素子ではさらに、シミュレーションできない高次回折光の損失があるため、効率はより低い値になる。

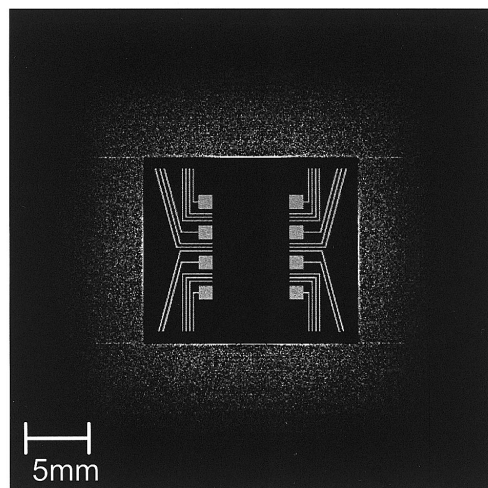


Fig. 7 The simulated amplitude image of the output of the numerically designed beamshaper.

2.5.3 平坦性

本素子はFig. 1の 패턴の白地部分(トップハット部)で平坦な光強度を得たい素子である．そのため平坦性の評価を行った．しかし，矩形など単純な形状で光強度を一定にするビームホモジナイザーと異なり，本素子のように複雑な形状のビーム整形では，その定量的評価は簡単ではない．本研究ではトップハット部の平均振幅を1に正規化した像面振幅分布を求め，その各サンプリング点の振幅のヒストグラムを用いて評価を行った．

S/N比が収束し数値設計が完了したビーム整形素子の平坦性をFig. 8に示す．ここでは刻み幅を0.02とした．このとき，ヒストグラムの半値全幅は $\Delta E = 0.2$ となった．また，このヒストグラムには最大1.70，最小0.61などの非常に悪い振幅値も見られるが，それらの極端な値はわずか数点なので全体的にあまり問題にならないと考えている．

3. ビーム整形素子の作製と性能評価

数値設計した16レベル位相分布を表面レリーフに換算し，石英基板上に4回のドライエッチングを施すことにより素子を作製した．この試作ビーム整形素子にHe-Neレーザーを透過して得られるビーム图案の写真をFig. 9(a)に示す．この時点では素子に無反射コートはなされておらず，ビーム径等の厳密な光学調整も行っていない．この写真からわかるとおり，かなり多くの高次回折像が発生している．

3.1 出力光強度分布とその平坦性

次に無反射コートを施し，ビーム径やアライメント調整を行った．この時，ビームプロファイラーを使用して

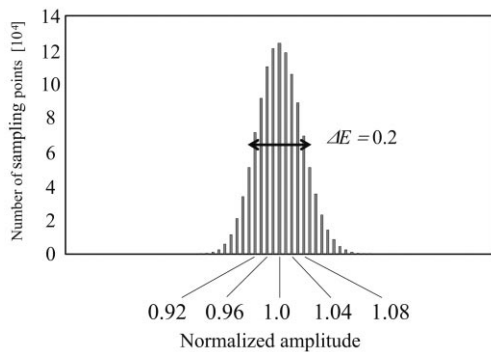


Fig. 8 Histogram of amplitudes in the top hat region.

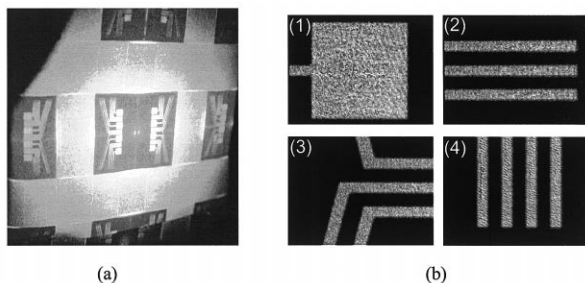


Fig. 9 Photographs of the output pattern of the fabricated beamshaper.

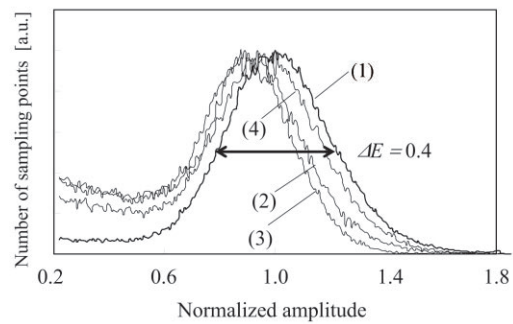


Fig. 10 Histogram of amplitudes in the output of the fabricated beamshaper.

出力像面の各部を測定した強度分布画像をFig. 9(b)に示す．この結果からわかるとおり，設計どおりのビーム图案は得られているものの，平坦性についてはさほど良い結果になっていないことがわかる．Fig. 9(b)の4つの強度分布画像の各ピクセルの振幅値についてシミュレーションと同様のヒストグラムを求めた結果をFig. 10に示す．

これより，シミュレーション結果のFig. 8とほぼ類似した傾向が得られた事が分かるが，半値全幅のシミュレーション値 $\Delta E = 0.2$ に対して，測定結果では $\Delta E = 0.4$ となった．

3.2 効率

次に，試作したビーム整形素子のエネルギー効率について評価を行った．ビーム整形素子から設計作動距離200 mm離れた位置に信号領域 W_{sig} に一致する開口を置き，信号領域内の光だけ透過させ，その光をレンズで集光してパワーを測定した．その結果，入射光パワーに対するエネルギー効率は約20%であることがわかり，シミュレーションより若干低下していることを確認した．これは，像面の周囲に高次の回折光が発生しているためと考えられる．

4. より高性能なビーム整形素子設計に向けて

前節までで述べたとおり，設計・製作を行ったビーム整形素子にはまだ様々な問題点がある．特にドライエッチングを用いた作製プロセスは非常に重要であるが，本稿の範囲ではないのでそれについては触れず，本章では設計面からみたくつかの議論と改良について述べる．

4.1 反復回折型最適化法におけるエネルギー効率の改善

反復回折型最適化法では，像面の強度分布と信号関数の類似性(ここではS/N比で評価)を増加する方向に最適化が進む．この類似性を増加するために，位相自由度や空間自由度を利用するわけであるが，反復回折型の手法では過度に類似性のみ最適化になりやすい．つまり，エネルギー効率などの面では好ましくない解に陥りやすい．

具体的には，Fig. 4で示した手順を用いた場合，反復を

繰り返して数値設計が進むに従って、信号領域 W_{sig} の外に不要なノイズ光が生じる。その結果、入射エネルギーが信号領域外に拡散されすぎため、信号領域内のエネルギー効率が低下してしまうという問題が発生する。その結果、本素子では数値設計の段階ですでにエネルギー効率が $\eta_c = 27.1\%$ と低い値になってしまっている。

そこで、反復回折計算内に組み込むノイズ軽減アルゴリズムを考案した。これは、通常の反復時には前節で説明した制約を課すが、信号領域内のエネルギーがある制限値 η を下回った場合には、像面強度分布に課す制約として式(14)の代わりに、

$$U(x,y) = \begin{cases} |u_{sig}(x,y)| \exp[i \arg(U(x,y))] & (x,y) \in R_{sig} \\ \beta U(x,y) & (x,y) \notin R_{sig} \end{cases} \quad (20)$$

を課す。ここで $\beta < 1$ はノイズ軽減係数であり、信号領域外に拡散したノイズを軽減させ信号領域内のエネルギー効率の向上を図るために導入したパラメータである。

ノイズ軽減係数として $\beta = 0.1$ 、効率の制限値として $\eta' = 60\%$ を用いたときの反復回数に対するS/N比とエネルギー効率の推移をFig. 11に示す。これからわかるとおり、S/N比が向上するに従って効率が悪化し、効率が60%を下回った時に像面側の制約である式(20)を適用することにより、一旦S/N比は悪化する。一方、効率は向上するので、以後はしばらく元の制約が適用され続け、それに伴ってS/N比は向上し効率は低下する。このサイクルを繰り返すことになる。1000回程度反復した後は、ほぼ同じ結果になる。

以上の結果、S/N比として34.6 dB、エネルギー効率60.6%が得られ、このアルゴリズムを用いない場合に比べてエネルギー効率が倍以上と良好な結果になった。また、設計したビーム整形素子をしきい値を用いて単純に16段階に量子化を行った時のS/N比、エネルギー効率はそれぞれ20.4 dB、60.3%になった。

この改良型アルゴリズムを組み込むことで通常の反復回折型最適化法とほぼ同等のS/N比で、エネルギー効率が向上する事がシミュレーション上で確認できた。Fig. 12にその時の出力強度分布を示す。Fig. 7に比べて、信号領域外のノイズ光の量が大幅に減少していることが確認できる。

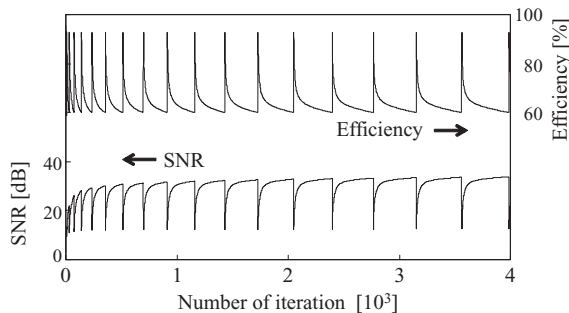


Fig. 11 Variation of signal to noise ratio and conversion efficiency with iterations in improved algorithm.

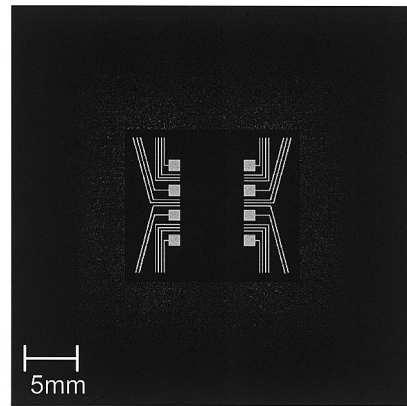


Fig. 12 The simulated amplitude image of the output of a beamshaper designed by improved algorithm.

4.2 パラメータ探索による各種誤差に対する感度低減

設計時の平坦性Fig. 8と測定結果Fig. 10を見比べると、測定結果では明らかに平坦性が低下しており半値全幅には2倍の開きがある。この要因としては様々なものが考えられるが、一つは作製した素子の位相変調深度が設計どおりになっていなかったりマスクの位置合わせエラーなどで表面レリーフに狂いが生じた可能性がある。また、もうひとつ大きな可能性として、実験時の入射ビームのビーム径が設計値からわずかにずれていた、アライメントに問題があったりする可能性がある。本稿の数値型回折光学素子によるビーム整形素子では、このような誤差に対する感度が高いことが多く、それがこのような素子を使い難くする大きな要因となっている。

Fig. 13は、ビーム径3 mmφのガウスビームを一辺5 mmの均一な正方形強度分布に変換するためのビーム整形素子において、これらの誤差によって出力強度分布がどの程度劣化するかをシミュレーションした結果である。ここで横軸 E_ϕ は、位相誤差であり、設計値の位相分布 $\phi(x, y)$ に対して、製作された素子の位相分布 $\phi(x, y)$ が1様な割合で誤差を持っていると仮定し、

$$\phi(x,y) = (1 + E_\phi) \phi_0(x,y) \quad (21)$$

で定義している。同様に、ビーム径の設計値 w_0 に対して実際には w のビームが入射したとき、

$$w = (1 + E_w) w_0 \quad (22)$$

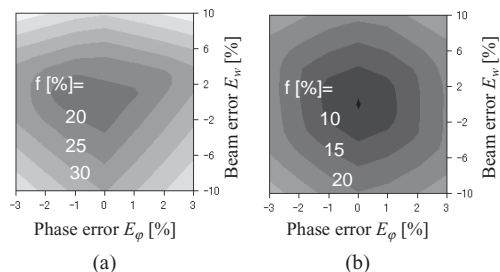


Fig. 13 The contour map of output uniformity for errors in the phase of fabricated DOEs and the diameter of incident beams.

でビーム径誤差 E_w を定義している。

一方、等高線として描かれている f 値は、このビーム整形素子の出力光のトップハット部の平均光強度に対する最大・最小光強度の平均値の比であり、値が小さいほど平坦性が良い。

Fig. 13(a)は、2次関数型初期位相の係数 d_{ph} 、作動距離 L 、信号領域の広さ R_{sig} 等のパラメータを、ある適切な値を用いて反復回折型最適化法により数値設計を完了したビーム整形素子について、位相誤差 E_ϕ とビーム径誤差 E_w が複合的に生じた場合の f 値をシミュレーションし、等高線で示したものである。当然ながら $(E_\phi, E_w) = (0, 0)$ である中心部が最も平坦性が高く $f = 17\%$ となっている。それに対して、この結果から、位相誤差で $E_\phi \sim \pm 3$ 、ビーム径誤差で $E_w \sim -10\%$ 程度の誤差があると、 f 値は30%程度まで悪化することがわかる。

一方、Fig. 13(b)は上に挙げた設計パラメータとして別の値を用いて数値設計を行ったビーム整形素子に対するシミュレーション結果である。この結果では全体として(a)よりも f 値が低くなり、また低い値を維持する範囲が広がっていることがわかる。実は、(b)の結果はこの等高線図上での f 値の平均値を低くするような設計パラメータ(d_{ph}, L, R_{sig})の組み合わせを遺伝的アルゴリズムを用いて探索し、そのパラメータを用いて設計したビーム整形素子に対して (E_ϕ, E_w) の誤差を与えてシミュレーションした結果である。従って、(b)が(a)よりも良い結果になっているのは当然である。しかし、設計パラメータの選択によってこれほどの違いが生じるということが確認できる。なお、当然ながら自由に設定できるパラメータが多いほど良好な探索結果が得られ、仕様で指定されるパラメータが多いほど探索の幅が狭まる。

ここで仮定した誤差 E_w, E_ϕ はかなり現実を単純化したものであり、実際には均一なエッチング段差誤差(位相誤差)や完全なガウスビーム形状を保ったままのビーム径誤差等は考えにくいかも知れない。しかしながら、設計パラメータの選択によってはある程度は誤差感度を低減できる可能性を示唆していると考えている。

5. まとめ

計算機合成ホログラムに基づく数値設計型の回折光学素子についてその設計手法や近年の話題を概観した。また、実際にビーム整形素子の設計・試作を行い、さらにその改良について考察した。このビーム整形素子は、入射ガウスビームをプリント配線様のパターンに変換する位相型回折光学素子であり、反復回折型最適化法に基づいてその位相分布を設計した。また、このビーム整形素子を設計するにあたって、その設計パラメータの範囲について定式化し、目標とするビームパターンの分解能と表面レリーフの製作プロセスに必要な分解能の関係を求めた。その結果、これらはほぼ同程度の値が必要となることを示した。

設計されたビーム整形素子のピクセル数は 10^7 に達する大規模なものとなったが、そのピクセル数の多さから位

相分布の自由度も高くなり、さして複雑なアルゴリズムを用いなくても、十分にそれなりの設計に到達可能であることがわかった。また、この様な大規模な素子であってもPCで十分に設計可能であることがわかった。

近年の計算機能力の発達やアルゴリズムの進展、さらには表面レリーフ構造を作製する技術の進歩により、このような数値的な最適化に基づく様々な回折光学素子が設計・製作可能になりつつある。特定の用途に応じて設計され、レーザー加工等で金型の役割をする光学素子ますます現実性を帯びてくると考えられる。

謝 辞

本素子の設計・製作にご尽力いただいた住友電工ハードメタル(株)布施敬司、平井隆之、住友電工(株)栗巣賢一、江畑恵司の各氏に深謝いたします。また、種々のプログラム作成に努力していただいた関西大学大学院卒業生後藤哲生、平田博之、天野弘章の各氏、同じく在学生の坂上広樹氏に謝意を表します。

参考文献

- 1) B. R. Brown and A. W. Lohmann: Appl. Opt. 5(1966)967.
- 2) A. W. Lohmann and D. P. Paris: Appl. Opt. 6(1967)1739.
- 3) B. Kress and P. Meyrueis: デジタル回折光学(小箱香椎子監訳、丸善、東京、2005)、第1章。
- 4) J. S. Liu, A. J. Caley, and M. R. Taghizadeh: Appl. Opt. 45(2006)8440.
- 5) R. W. Gerchberg and W. O. Saxton: Optik 35(1972)237.
- 6) F. Wyrowski and O. Bryndahl: J. Opt. Soc. Am. A 5(1988)1058.
- 7) F. Wyrowski: Appl. Opt. 28(1989)3864.
- 8) J. R. Fienup: Appl. Opt. 21(1982)2758.
- 9) S. N. Dixit, J. K. Lawson, K. R. Manes, H. T. Powell, and K. A. Nugent: Opt. Lett. 19(1994)417.
- 10) S. N. Dixit, M. D. Feit, M. D. Perry, and H. T. Powell: Opt. Lett. 21(1996)1715.
- 11) Y. Lin, T. J. Kessler, and G. N. Lawrence: Opt. Lett. 20(1996)764.
- 12) M. Johansson and J. Bengtsson: J. Mod. Opt. 47(2000)1385.
- 13) F. Wyrowski and O. Bryndahl: Opt. Lett. 27(2002)1463.
- 14) M. A. Seldwitz, J. P. Allebach, and D. W. Sweedney: Appl. Opt. 26(1987)2788.
- 15) 例えば次の文献に詳しい。N. Yoshikawa, M. Itoh, and T. Yatagai: Opt. Lett. 20(1995)752.
- 16) 例えば次の文献に詳しい。N. Yoshikawa and T. Yatagai: Appl. Opt. 33(1994)863.
- 17) J.-N. Gillet and Y. Sheng: Appl. Opt. 39(2000)3456.
- 18) 松島 恭治: 関西大学「技苑」109(2001)9.
- 19) 松島 恭治, 後藤 哲生: 第55回レーザー加工学会論文集(2002)p. 82.
- 20) R. Hauck and O. Bryndahl: J. Opt. Soc. Am. A 1(1984)5.
- 21) S. Weissbach, F. Wyrowski, and O. Bryndahl: Opt. Commun. 72(1989)37.
- 22) 田中 賢一: 映像学誌 54(2000)394.
- 23) 松尾 大樹, 松島 恭治: 映像情報メディア学会誌 60(2006)561.
- 24) H. Aagendal, M. Schmid, T. Beth, S. Teiwes, and F. Wyrosuki: J. Mod. Opt. 43(1996)1409.
- 25) J. M. Huntley: Appl. Opt. 28(1989)4316.
- 26) S. Yang and H. Takajo: Opt. Rev. 12(2005)93.
- 27) I. M. Barton, P. Blair, and M. R. Taghizadeh: Appl. Opt. 36(1997)9132.
- 28) F. Wyrowski: J. Opt. Soc. Am. A 7(1990)961.
- 29) W. -F. Hsu: Opt. Express 13(2005)5052.
- 30) K. Ballüder and M. R. Taghizadeh: Opt. Lett. 26(2001)417.
- 31) W. -F. Hsu and I.-L. Chu: Appl. Opt. 43(2004)3672.

32) W. -F. Hsu and C. -H. Lin: Appl. Opt. **44**(2005)5802.
33) 松島 恭治, 森村 隆, 平井 隆之, 布施 敬司, 栗巢 賢一, 江畑 恵司: 第29回光学シンポジウム(2004)p.81.
34) C. -Y. Han, Y. Ishii, and K. Murata: Appl. Opt. **22**(1983)3644.
35) J. Cordingley: Appl. Opt. **32**(1993)2538.
36) Y. Lin, T. J. Kessler, and G. N. Lawrence: Opt. Lett. **21** (1996) 1703.

37) R. S. Denis, N. Passilly, M. Laroche, T. Mohammed-Brahim, and K. Ait-Ameur: Appl. Opt. **45**(2006)8136.
38) J. W. Goodman: *Introduction to Fourier Optics, 2nd ed.*, (McGraw-Hill, 1996)Chap. 3.10 .
39) eds. J. Turunen and F. Wyrowski: *Diffractive Optics for Industrial and Commercial Applications*, (Akademie Verlag, Berlin, 1997) chap. 6.

レーザーワード

計算機合成ホログラム

(Computer-generated hologram; CGH)

二つの光束の干渉で発生する干渉縞を用いて光の波面を記録/再生する古典的なホログラムに対して, 計算機により数値的に合成した干渉縞パターンを描画して作製するタイプのホログラム. 古典的なホログラムと同様に波面変換機能があるため, 回折光学素子の一種として扱われる場合もある. この用途では, 位相または振幅の空間変調パターンを求めるためのコーディングのアルゴリズムが重要となる.

一方, CGHは3次元立体画像としても用いられ, この場合にはデジタル合成ホログラム(Digitally-synthetic hologram)と呼ばれることもある. この用途では, まずモデリングされた仮想物体からの光波を数値合成し, 次にそれをコーディングする. CGHは光波そのものを再生するため理想的な立体像が得られるが, その技術的なハードルは高く, 実用化の点では他の立体画像技術に遅れを取っている. (松島 恭治)

^{†1} 但し, 本稿の執筆時点では「数値型回折光学素子」という名称は定着しておらず, 単にCGHあるいはDOEと呼ばれることが多い.

^{†2} 近年, LEDの高出力化・多波長化が進み様々な分野に応用が広がっているが, LEDは比較的単色性の良い光源であるが(白色LEDは除く), 空間的コヒーレンスが乏しいため数値型DOEとの相性はあまりよくなく, 具体的な設計手法の情報も乏しい⁴⁾.

^{†3} 本稿では統一してphase dislocationと呼んでいる.