

表面モデル3次元物体のデジタル合成ホログラムにおける 波動光学的隠面消去

Hidden Surface Removal in Digitally Synthetic Holograms of Three-Dimensional Surface Object by Employing a Wave-Optical Method

松島恭治 近藤暁靖[†]

Kyoji Matsushima and Akinobu Kondoh[†]

関西大学工学部電気工学科

Department of Electrical Engineering, Kansai University

ABSTRACT

A wave-optical theory to remove hidden-surfaces is discussed in digitally synthetic holograms for three-dimensional surface objects. This theory uses the method of the coordinates rotation in Fourier domain. Since the rigorous form of the theory needs four times FFT and twice interpolation of Fourier spectrum, the original algorithm is a little time-consuming. However, in lowest-order approximation, the algorithm results in masking the wave field behind the object surface with its silhouette. A recurrence formula in this approximation, called silhouette approximation, is presented for giving the well-defined procedure to synthesize object fields, in which hidden-surfaces are removed. Optical reconstructions of a hologram are demonstrated to verify the presented algorithm.

Keywords: Digitally synthetic hologram, CGH, Hidden-surface removal, Surface Model, Silhouette approximation

1 はじめに

デジタル合成ホログラム¹は、計算機内に保持した物体モデル情報からその物体が発する光波を数値合成し、ホログラムとして立体画像を作成する技術である。デジタル合成ホログラムは、実在しない任意の物体のホログラムを合成できるという利点を有する反面、高解像度の印刷・表示デバイスが必要であることや、全方向視差ホログラムでの光波合成に莫大な計算量が必要という問題点を抱えている。

デジタル合成ホログラムの物体光波合成において、手前に位置する物体による後方の物体からの光を遮蔽を波動光学的に計算する方法は、断層ホログラムで Lohmann により提案されている [1]。Fig. 1(a) に示したとおり、この方法では物体をホログラムに

平行な平面でスライスし、各平面からの光波伝搬を求めてホログラム上で重畳する。このとき、奥から順に計算を行い、物体の内外を示すマスク関数でマスクングすることにより遮蔽を求める。この方法は全方向視差でも高速に隠面消去が可能であるが、表面モデルの物体のレンダリングには適さない問題点がある。一方、現在主流となっている点光源を物体表面に配置する点光源モデルでは、手前の物体による光線の遮蔽を幾何学的に求める幾何光学的手法 [2, 3, 4] が提案されているが (Fig. 1(b))、点光源モデル自体の計算量が莫大であるため、いずれも現在の計算機的能力では全方向視差ホログラムには適用困難である。また最近、バビネの原理に基づく波動光学的な隠面消去法 [5, 6] が提案されているが、多数の平面からなる物体ではあまり有効ではない点や、傾いた平面に対する隠面消去の具体的方法と結

松島恭治

matsu@kansai-u.ac.jp

関西大学工学部電気工学科

〒564-8680 大阪府吹田市山手町 3-3-35

TEL/FAX 06-6368-0933

[†] 現在、松下電器産業 勤務

¹ 計算機合成ホログラム (CGH) という用語は光学の分野では波面変換のための光学素子を意味することが多いため、本稿ではディスプレイ用途の CGH をデジタル合成ホログラムと呼んでいる。

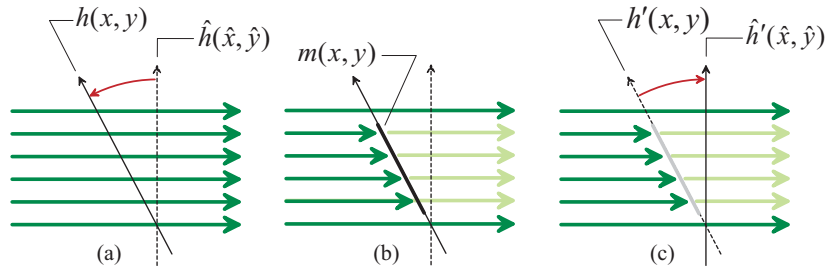


Fig. 2 The basic principle in hidden surface removal by employing a wave-optical method. A wave field is obtained on a object surface by the coordinate rotation in Fourier domain (a) and masked on the surface (b). Finally, the masked field is again rotated and calculates its complex amplitude on a plane parallel to the hologram (c).

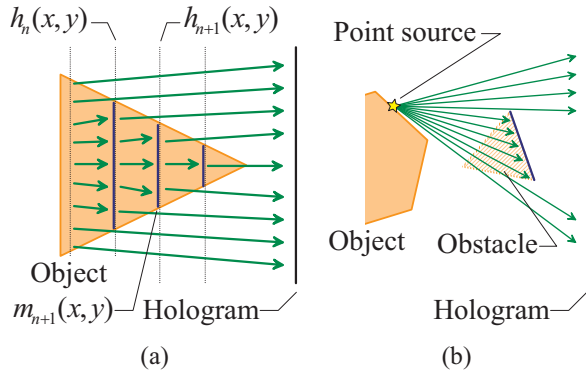


Fig. 1 Conventional algorithms for hidden-surface removal in the layered model (a) and the point source model (b).

果が示されていない問題点がある。

我々は、断層ホログラムや点光源モデルとは異なった新しい物体光波合成法として表面モデル光波回折法を提案しており [7, 8], シェーディング処理した表面モデルの立体物に対する明瞭な光学再生像を得ている [9]. この方法では、フーリエ空間における座標回転 [10] を用いて傾いた平面からの光を波動光学的に合成しており、同じ座標回転手法により任意の傾いた観測面上における光波複素振幅も計算できる [11]. 本報告では、傾いた平面による厳密な光波の遮蔽について、この座標回転手法を用いた検討を行い、その最低次数の近似に相当するシルエット近似による立体物の隠面消去の結果を示す。

2 傾いた物体平面による遮蔽理論

今、ホログラムに平行な座標系を $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ とし、物体空間の奥より飛来した光波を (\hat{x}, \hat{y}) 平面上で $\hat{h}(\hat{x}, \hat{y})$ とする。また、この平面の近傍に傾いた物体平面 S があり、光波 $\hat{h}(\hat{x}, \hat{y})$ の一部を遮蔽しているものとする。この物体平面 S による遮蔽を受けた光波 $\hat{h}'(\hat{x}, \hat{y})$ を計算するためには次の手順が必要に

なる。

まず、Fig. 2(a) に示すとおり、光波 $\hat{h}(\hat{x}, \hat{y})$ をフーリエ空間で座標回転し、傾いた座標系上で複素振幅 $h(x, y)$ をもとめる。そのためには、フーリエスペクトル $\hat{H}(\hat{u}, \hat{v}) = \mathcal{F}\{\hat{h}(\hat{x}, \hat{y})\}$ を座標回転する。この回転変換は近軸近似 [10] を用いて、

$$h(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\mathcal{R}^{-1}\{\hat{H}(\hat{u}, \hat{v})\} \quad (1)$$

と表わされる。ここで、 $\mathcal{R}^{-1}\{\cdot\}$ はフーリエ周波数の変換

$$\begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \\ \hat{w} \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \hat{a}_1 & \hat{a}_2 & \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 & \hat{a}_5 & \hat{a}_6 \\ \hat{a}_7 & \hat{a}_8 & \hat{a}_9 \end{pmatrix} \quad (2)$$

を表わしている。なお、

$$\hat{w}(\hat{u}, \hat{v}) = \sqrt{\lambda^{-2} - \hat{u}^2 - \hat{v}^2} \quad (3)$$

$$w(u, v) = \sqrt{\lambda^{-2} - u^2 - v^2} \quad (4)$$

の関係がある。物体平面 S が光波を透過しない領域を、0 または 1 の値を取るマスク関数 $m(x, y)$ で表わすと、平面 (x, y) を通過した直後の遮蔽された光波は、

$$h'(x, y) = h(x, y)m(x, y) \quad (5)$$

となり (Fig. 2(b)), そのスペクトルは、

$$H'(u, v) = \mathcal{F}\{h'(x, y)\} = \mathcal{R}^{-1}\{\hat{H}\} * M(u, v) \quad (6)$$

となる、ここで、 $M(u, v)$ はマスク関数のスペクトルである。このスペクトルを Fig. 2(c) に示すとおり逆回転する。その結果、 (\hat{x}, \hat{y}) 平面上での遮蔽を考慮した光波は

$$\begin{aligned} \hat{h}'(\hat{x}, \hat{y}) &= \mathcal{F}^{-1}\mathcal{R}\{H'(u, v)\} \\ &= \mathcal{F}^{-1}\mathcal{R}\{\mathcal{R}^{-1}\{\hat{H}\} * M(u, v)\} \end{aligned} \quad (7)$$

となる。ここで、 $\mathcal{R}\{\cdot\}$ は逆回転の変数変換である。

以上の手順を厳密に行うためには、4 回の FFT と補間を伴う変数変換が 2 回必要となり、効率が悪

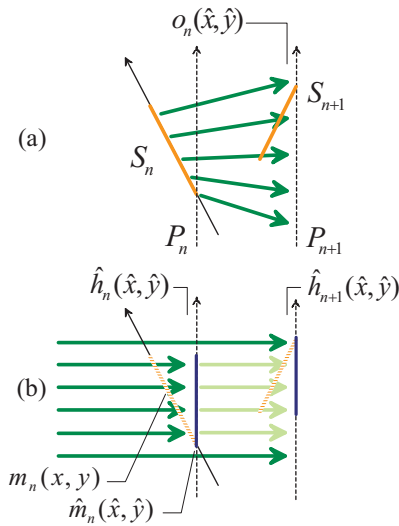


Fig. 3 Calculation of the object field of a tilted object surface S_n (a) and the field masked by the silhouette of the same surface S_n (b).

い. $\hat{h}(\hat{x}, \hat{y})$ を座標回転し, 再び逆回転していることから, 何らかの近似によりこれらの手順を統合・簡略化することが望ましい. この簡略化を困難にしている要因は式 (3) の非線形性である.

そこで $\hat{w}(\hat{u}, \hat{v})$ を 0 近傍で

$$\hat{w}(\hat{u}, \hat{v}) \simeq \lambda^{-1} [1 - (\lambda\hat{u})^2/2 - (\lambda\hat{v})^2/2] + \dots \quad (8)$$

と展開する. 今, ホログラムのサンプリング間隔が波長より十分に粗く, $\hat{h}(\hat{x}, \hat{y})$ のスペクトル幅が狭い, すなわち $\hat{u}, \hat{v} \ll \lambda^{-1}$ が仮定できる場合には, 式 (8) を最低次数で打ち切り, $\hat{w}(\hat{u}, \hat{v}) \sim \lambda^{-1}$ と近似できる. この場合, $\hat{h}(\hat{x}, \hat{y})$ の物体平面 S による遮蔽は

$$\hat{h}'(\hat{x}, \hat{y}) = m(\hat{a}_1\hat{x} + \hat{a}_4\hat{y}, \hat{a}_2\hat{x} + \hat{a}_5\hat{y})\hat{h}(\hat{x}, \hat{y}) \quad (9)$$

に帰着する (付録参照). これは, S の (\hat{u}, \hat{v}) 平面に対するシルエットをマスク関数として光波 $\hat{h}(\hat{x}, \hat{y})$ を遮蔽することを意味している. 以下, これを遮蔽のシルエット近似と呼ぶ.

3 シルエット近似による物体光波合成

Fig. 3 はシルエット近似により隠面消去された物体光波を合成する手順を示している. 平面モデルで表わされた物体において, 物体空間の奥より順に, 各平面から放出される物体光波とその平面による光の遮蔽を求めるものとする. また, 各平面は交差していないものとする. いま, 物体平面 S_n と接し, ホログラムと平行な平面を P_n とする. この時, 点光源法や光波回折法により S_n からの光波が P_n 上

で $o_n(\hat{x}, \hat{y})$ として求められるとする (Fig. 3(a)). 一方, S_n の背面より S_n に入射してくる光波が P_n 上で $\hat{h}_n(\hat{x}, \hat{y})$ で与えられるとすると, S_n により遮蔽された光波は, シルエット近似 (9) により,

$$\hat{h}'_n(\hat{x}, \hat{y}) = \hat{m}_n(\hat{x}, \hat{y})\hat{h}_n(\hat{x}, \hat{y}) \quad (10)$$

で与えられる. ここで, $\hat{m}_n(\hat{x}, \hat{y})$ は S_n のシルエットに相当するマスク関数である. 従って, P_{n+1} 上での光波全体は,

$$\hat{h}_{n+1}(\hat{x}, \hat{y}) = \mathcal{P}_{d_n}\{\hat{m}_n(\hat{x}, \hat{y})\hat{h}_n(\hat{x}, \hat{y})\} + o_n(\hat{x}, \hat{y}) \quad (11)$$

で与えられる. ここで, $\mathcal{P}_{d_n}\{\cdot\}$ は距離 d_n の光波伝搬であり, d_n は P_{n+1} と P_n の距離である. 式 (11) は漸化式となっており, 物体空間のもっとも奥に位置する平面 S_0 より順に計算することにより最終的にホログラム上で隠面消去された光波が得られる.

4 シルエット近似で合成したホログラムの再生像

シルエット近似を用いて隠面消去処理した物体光波を合成し, ホログラムを作成した. 物体は外径 10mm で 256 ポリゴンのトーラスであり, ホログラムの背面 150mm に配置した. 物体平面からの光波 $o_n(x, y)$ を加速計算法 [12] を用いた点光源法で計算し, 陰影付け [13] と式 (11) による隠面消去処理を行っている. 光波伝搬 \mathcal{P}_{d_n} には波面展開法を用いており, ホログラムサイズは 8192×4096 ピクセルでピッチ $2\mu\text{m} \times 4\mu\text{m}$ である. 計算時間は, 点光源密度 10^4cm^{-2} に対して, Pentium III 1GHz で約 7 時間であった. ホログラム描画には専用プリンタ [14] を用いた.

Fig. 4 は作成したホログラムの光学再生像であり, (a)-(d) と縦方向に視点を変化させて撮影している. この結果から, 再生像は全方向視差を有し, 自然な隠面消去処理が施されていることがわかる. また, 大きく視点を動かした場合には, ポリゴンの継ぎ目と思われる筋が目立つ結果となっている. これは, シルエット近似の結果, 物体表面による遮蔽に隙間が生じているためと考えられる.

5 まとめ

フーリエ空間での座標回転による傾いた平面間での伝搬計算手法を応用し, 傾いた平面による光の遮蔽の波動光学的理論を導いた. この理論は, フーリエ周波数の関係式の最低次数の近似を用いると, 物体平面のシルエットによる遮蔽に帰着する. これを用いて複数のポリゴンで構成される立体物からの隠面消去された物体光波を求めるための漸化式を導い

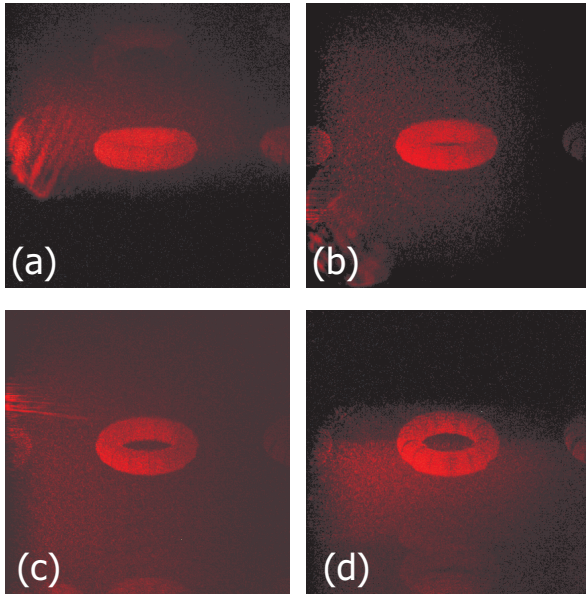


Fig. 4 Optical reconstructions of a hologram synthesized by using the presented recurrence formula in silhouette approximation. The viewpoint moves up and down (a)–(d).

た．また，このシルエット近似により作成したホログラムの光学再生像には適切な隠面除去が施されていることがわかった．

付録

逆変換行列を

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix} \quad (12)$$

とし，展開式 (8) の最低次数だけを用いるとき，変数変換は

$$\begin{aligned} u &= \alpha(\hat{u}, \hat{v}) = a_1\hat{u} + a_2\hat{v} + a_3/\lambda \\ v &= \beta(\hat{u}, \hat{v}) = a_4\hat{u} + a_5\hat{v} + a_6/\lambda \end{aligned} \quad (13)$$

となる．同様に，

$$\begin{aligned} \hat{u} &= \alpha(u, v)^{-1} = \hat{a}_1u + \hat{a}_2v + \hat{a}_3/\lambda \\ \hat{v} &= \beta(u, v)^{-1} = \hat{a}_4u + \hat{a}_5v + \hat{a}_6/\lambda \end{aligned} \quad (14)$$

となり，式 (7) は，

$$\begin{aligned} \hat{h}'(\hat{x}, \hat{y}) &= \iint \hat{H}(\alpha^{-1}(u', v'), \beta^{-1}(u', v')) \\ &\times \iint M(\alpha(\hat{u}, \hat{v}) - u', \beta(\hat{u}, \hat{v}) - v') \\ &\times \exp[i2\pi(\hat{u}\hat{x} + \hat{v}\hat{y})] d\hat{u}d\hat{v}du'dv' \end{aligned} \quad (15)$$

となる．ここで，積分変数 (\hat{u}, \hat{v}) を

$$u = \alpha(\hat{u}, \hat{v}) - u', \quad v = \beta(\hat{u}, \hat{v}) - v' \quad (16)$$

と変換し，また (u', v') を式 (13) を用いて (\hat{u}', \hat{v}') に変換することにより，

$$\begin{aligned} &\hat{h}'(\hat{x}, \hat{y}) \\ &= |a_1a_5 - a_2a_4| |\hat{a}_1\hat{a}_5 - \hat{a}_2\hat{a}_4| \iint M(u, v) \\ &\times \exp[i2\pi[(\hat{a}_1\hat{x} + \hat{a}_4\hat{y})u + (\hat{a}_2\hat{x} + \hat{a}_5\hat{y})v]] dudv \\ &\times \iint \hat{H}(\hat{u}', \hat{v}') \exp[i2\pi(\hat{x}\hat{u}' + \hat{y}\hat{v}')] d\hat{u}' d\hat{v}' \\ &= m(\hat{a}_1\hat{x} + \hat{a}_4\hat{y}, \hat{a}_2\hat{x} + \hat{a}_5\hat{y}) \hat{h}(\hat{x}, \hat{y}) \end{aligned} \quad (17)$$

を得る．

参考文献

- [1] A. W. Lohmann: “Three-dimensional properties of wave-fields”, *Optik*, **51**, pp. 105–117 (1978).
- [2] J. Underkoffler: “Occlusion processing and smooth surface shading for fully computed synthetic holography”, *SPIE Proc. Practical Holography XI*, **3011**, pp. 19–29 (1997).
- [3] T. Hamano and M. Kitamura: “Computer-generated holograms for reconstructing multi-3-D images by space-division recording method”, *Proc. of SPIE*, pp. 23–32 (2000).
- [4] 高瀬, 坂本, 青木: “光線の到来方向を考慮した z バッファによる計算機合成ホログラムの高速隠面除去”, *映情学誌*, **57**, pp. 483–489 (2003).
- [5] 近藤, 松島: “全方向視差 CGH における Babinet の原理による隠面除去”, *3次元画像コンファレンス 2002*, pp. 113–116 (2002).
- [6] 坂本: “影伝搬法を用いた計算機合成ホログラムの隠面除去法”, *電子情報通信学会論文誌, J85-D-II*, pp. 1832–1839 (2002).
- [7] 松島, H. Schimmel, F. Wyrowski: “波面展開法を用いた表面モデル CGH の高速計算法”, *3次元画像コンファレンス 2001*, pp. 13–16 (2001).
- [8] K. Matsushima, H. Schimmel and F. Wyrowski: “New creation algorithm for digitally synthesized holograms in surface model by diffraction from tilted planes”, *SPIE Proc. Practical Holography XVI*, **4659**, p. 53 (2002).
- [9] K. Matsushima and A. Kondoh: “Wave optical algorithm for creating digitally synthesized holograms of three-dimensional surface objects”, *SPIE Proc. Practical Holography XVII*, **5005**, (2003). (in press).
- [10] K. Matsushima, H. Schimmel and F. Wyrowski: “Fast calculation method for optical diffraction on tilted planes using the angular spectrum of plane waves”, *J. Opt. Soc. Am.* (to be published).
- [11] 松島, H. Schimmel, F. Wyrowski: “波面展開法による傾いた平面からの光波回折シミュレーション”, *Optics Japan 2001*, pp. 229–230 (2001).
- [12] K. Matsushima and M. Takai: “Recurrence formulas for fast creation of synthetic three-dimensional holograms”, *Appl. Opt.*, **39**, pp. 6587–6594 (2000).
- [13] 松島, 本荘: “陰影付けした表面モデル 3次元物体の全方向視差計算機合成ホログラム”, *映情学誌*, **56**, p. 986 (2002).
- [14] 松島, 上甲: “計算機合成ディスプレイホログラム用高解像度プリンタ”, *映情学誌*, **56**, p. 1989 (2002).