波面展開法を用いた表面モデルCGHの高速計算法II --2軸回転した平面で構成した物体のホログラム---

Fast Creation Algorithm of CGHs for Surface-Model Objects

by use of Angular Spectrum of Plane Wave II —Holograms Synthesized by two-axes rotation of a plane—

松島恭治† 近藤暁靖†

Kyoji Matsushima[†] and Akinobu Kondoh[†]

関西大学工学部電気工学科

Department of Electrical Engineering, Kansai University

ABSTRACT

Computer-generated holograms (CGH) of a planar object rotated on two axes are presented to demonstrate a new method for fast creation of CGHs in surface-model. Two types of rotation are discussed for effective and precise calculation of object waves, based on diffraction by tilted surface. One of them is used to synthesize object waves in this report, and its hologram is fabricated and optically reconstructed.

Keywords: CGH, Digital hologram, Angular Spectrum of Plane Wave, Surface Model

1 はじめに

コンピュータ合成ホログラム(以下 CGH)は,ま ず物体からの光波を求め,作成方法に適した手法で その光波をコーディングすることにより,作成・再 生される.物体光波を求めるためには,物体モデル を層状に切断し,各平面からの回折光波を求める断 層ホログラムなどの手法があるが,現在主流となっ ているのは,点光源モデルの光線追跡法[1]である. この方法では,仮想物体上に密に配置した点光源か らの球面波をホログラム平面上で重畳することによ り,物体からの光波を合成する.この方法は単純で はあるが,断層ホログラム等と比較すると,潜在的 に3次元物体のレンダリング等の表現力に優れてい ると期待されている [2].反面,点光源モデル光線 追跡法で全方向視差ホログラムの物体光波を合成し た場合,ホログラムの画素数 M と物体を構成する 点光源数 N に対して,演算時間は $T = \tau M N$ とな る.ここで, τ はアルゴリズムや CPU の性能に依 存する係数である. 7 を減少する方法としてテーブ ル参照法 [3] や差分法 [4],著者らが提案した漸化

松島恭治

matsu@kansai-u.ac.jp

関西大学工学部電気工学科

〒 564-8680 大阪府吹田市山手町 3-3-35 TEL/FAX 06-6368-0933



Fig. 1 An object model and coordinate system used for synthesizing object waves.

式を用いた計算法 [5], あるいは演算処理のハード ウェア化 [6] などが知られているが, 表面モデルの 物体を合成した場合,数平方センチ程度のホログラ ムでも依然として長大な演算時間が必要である.

著者らは,このような点光源モデル光線追跡法と は異なり,物体を CG と同様に多数の平面で構成 し,それらの平面からの回折光波を波動光学的に計 算することにより物体光波を数値合成する表面モデ ル光波回折法を提案している [7,8,9].すでに,1 軸回転した平面からの光波合成を報告しているが, 本稿ではこれを拡張し,2軸回転した平面からの光 波合成とそれによるホログラムについて報告する.



Fig. 2 Setup for synthesizing object waves from a rotated plane and observing its reconstruction.

2 物体モデルと原理

Fig. 1 は本稿で用いる座標系と物体のモデルを示 している、物体は平面により構成されているとし, q番目の平面を, $(x_q, y_q, 0)$ 平面内に含む傾いたロー カル座標系 (x_q, y_q, z_q) を定義し,この平面内で表 面特性関数 $s_q(x_q, y_q)$ を定義する.この関数は,平 面の形状,明るさ,散乱性,質感,テクスチャなど の情報を含む複素関数である.この表面特性関数か らの回折光波をホログラムと平行なローカル座標系 $(\hat{x}_q, \hat{y}_q, \hat{z}_q)$ 上で求め,物体を構成するすべての平面 について総和,

$$H(X,Y) = \sum_{q} h_q(\hat{x}_q, \hat{y}_q) \tag{1}$$

を求めることにより,物体光波を合成する.

この時,傾いた平面からの回折光波を計算するために,表面特性関数を波面展開し,フーリエ領域で座標回転する方法を用いている [7,9].すなわち, (i) スペクトル $T(u_q, v_q) = \mathcal{F}\{s_q(x_q, y_q)\}$ を求め, (ii) 座標回転及び補間を行ってホログラムと平行な座標系上でのスペクトル $\hat{T}_q(\hat{u}_q, \hat{v}_q)$ を求める.(iii) 回転したスペクトルを逆フーリエ変換して複素振幅 $h_q(\hat{x}_q, \hat{y}_q)$ を求める. θ_x , θ_y , θ_z をそれぞれ各軸の 周りの回転角として,この回転変換を $\mathcal{R}_{\theta_x\theta_y\theta_z}$ と表 すと,

$$h_q(\hat{x}_q, \hat{y}_q) = \mathcal{R}_{\theta_x \theta_y \theta_z} \{ s_q(x_q, y_q) \}$$
(2)

となる.

一方,表面特性関数は,

$$s_q(x_q, y_q) = a_q(x_q, y_q) p_q(x_q, y_q) \Psi(x_q, y_q)$$
(3)

で与えている.ここで, $a_q(x_q, y_q)$ は平面 qの振幅 分布を表す実関数で主に平面形状の情報を含んでいる.一方,

$$p_q(x_q, y_q) = \exp[ik(\cos\alpha_q x_q + \sin\beta_q y_q)], (4)$$

$$\Psi(x_q, y_q) = \exp[ik\phi_d(x_q, y_q)] \tag{5}$$

は、それぞれ、ホログラムに垂直に進行する平面波 と拡散性光波の複素振幅である.ここで、 $\cos \alpha_q$ と $\cos \beta_q$ はホログラムに垂直な単位ベクトルの x_q , y_q 方向に対する方向余弦、また $\phi_d(x_q, y_q)$ は Bräuer の拡散性位相 [10] である.

3 y軸の周りに回転した平面のホログラム

Fig. 2(a) に示した振幅分布 *a*(*x*, *y*) を持つ 16384×4096 サンプルの表面特性関数を与え, y 軸の 周りで $\theta_y = 80^\circ$ 回転してホログラムの背面 10cm に 置き,光波合成を行いホログラムを作製した.なお, 表面特性関数とホログラムのサンプリング間隔は共 に x 方向が 2µm で, y 方向が 4µm である.また,振 幅分布中の市松模様全体の実サイズは16.4×8.2mm² である . Fig. 2(a) に示すように,カメラの位置を x 方向および ź 方向に変え,光学再生像を撮影した 結果を Fig. 3 に示す . (a) から (c) は â 軸と平行に カメラを 2 cm 移動し, また, (d) から (f) は, \hat{z} 軸 に沿ってカメラを合計 16mm 移動して撮影してい る.これらの結果から,観察する角度によって再生 像の見かけの形状が変化し,またカメラの焦点位置 の変化によって市松模様のボケの位置が変化してい ることがわかる.

4 表面特性関数の2軸回転

Fig. 1 に示すように,任意の物体表面からの回折 光波を計算して物体光波を数値合成するためには, 最低で2軸での回転が必要である.Fig. 4 は,傾い た座標系 (x, y, z)を定義するための回転の組み合わ せを示す. (a) は,ローカル座標系 (x, y, z)をy 軸 の周りに θ_y 回転し,回転後のx 軸の周りに θ_x 回 転してできる座標系がホログラムと平行な $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ 座標系となる場合である.また,Fig. 4(b) は標準 的な球座標系の定義と同様に,z 軸の周りに角度 θ_z 回転し,回転したy 軸の周りに θ_y 回転してホログ ラムと平行になる場合である.どちらの回転方法で も,任意の物体表面を (x, y, 0) 平面内に含むローカ

(3D Image Conference 2002)



Fig. 3 Optical reconstructions of holograms of a rotated planar object. The camera position shifts along \hat{x} axis (a)–(c) and \hat{z} axis (d)–(f).

ル座標系を定義し,回転変換により $(\hat{x}, \hat{y}, 0)$ 面にお ける回折光波の複素振幅を求めることができる.し かしながら,この2種類の回転では,回転変換に必 要なスペクトルの補間に違いが生じる.

Fig. 5 は, FFT により計算したサンプリング間隔 2 μ m の表面特性関数のスペクトルを回転したとき の,フーリエ空間 (\hat{u}, \hat{v})上でのサンプリングの分布 を示しており, Fig. 5(a)と(b)はそれぞれ Fig. 4(a) と(b)の回転方法に対応している.また,図中の正 方形は,逆フーリエ変換時に再サンプリングする領 域の例を表している.この結果から,y-x回転では, サンプリング分布が $\hat{u} \geq \hat{v}$ の両方の方向にシフト するのに対して,z-y回転では \hat{u} 軸上でしかシフト しないことがわかる.また,後者の方がサンプリン グ分布の歪みも多少軽減されている.再サンプリン



Fig. 4 Definition of two types of two-axes rotation: y-x rotation (a) and z-y rotation (b).

グする領域の位置はシフトすることができるが,その形は変えられないため, *z-y*回転の方が補間による再サンプリングの精度が多少良くなることが期待できる.そこで,本研究では後者の*z-y*回転を用いている.

Fig. 6 を表面特性関数の振幅 a(x, y) とし, z-y 回転して光波を数値合成し,作製したホログラム の光学再生像を Fig. 7 に示す.表面特性関数のサ ンプリング数は 8192×4096 でサンプリング間隔は $2\mu m \times 4\mu m$ である. (a) は回転しない場合であり, (b) は $\theta_y = 60^\circ$ だけ回転した場合,(c) と (d) は, (b) を更にそれぞれ $\theta_z = 30^\circ$, 60° 回転した場合で ある.この結果から 2 軸の回転でも再生像が得られ ることが確認できた.

5 回転した平面の輝度

2軸回転を用いることにより平面で構成した物体 からの光波を合成することができる.しかし,傾い た平面からの光波を合成したとき,その平面がどの ような輝度特性を有するかがわからなければ,影付 けができない.そこで,点光源で形成した平面の測 光学的な解析 [2] と同様の理論モデルを用い,表面 特性関数 (3) で表現した傾いた平面の輝度を解析し た.その結果,物体表面に対応する位置での表面特 性関数の振幅が a_0 で一定の場合,平面の法線と θ_n の角度をなす方向で観測される輝度は,

$$L \simeq \frac{\sigma a_0^2}{\pi \tan \varphi_d \cos \theta_n} \tag{6}$$

(3D Image Conference 2002)



Fig. 5 Distributions of sampling points after rotation on y and x axes (a), and z and y axes (b).



Fig. 6 An object used for two-axes rotation.

となることがわかった.ここで, σ はサンプリング 密度, φ_d は拡散位相による回折角である.

6 まとめ

表面特性関数の2軸回転によって作成したホログ ラムが光学再生できることがわかった.この方法に より,物体を構成している平面からの回折光波を求 めることができる.また式(6)を用いて陰影付けす ることにより,提案している表面モデル光波回折法 により,3次元物体をレンダリングし,CGHを作 成できると考えている.

参考文献

- A. D. Stein, Z. Wang and J. J. S. Leigh: "Computer-generated holograms: A simplified ray-tracing approach", Computers in Physics, 6, pp. 389–392 (1992).
- [2] 松島,本荘: "陰影付けした表面モデル3次元物体の 全方向視差計算機合成ホログラム",映像情報メディ ア学会誌,pp. 986–992 (2002).
- [3] M. Lucente: "Interactive computation of holograms using a look-up table", J. Electronic Imaging, 2, pp. 28–34 (1993).
- [4] H. Yoshikawa, S. Iwase and T. Oneda: "Fast computation of Fresnel holograms employing difference", SPIE Proc. Practical Holography XIV and Holographic Materials VI, #3956, pp. 48-



Fig. 7 Optical reconstructions of holograms synthesized for a planar object rotated on two-axes

55(2000).

- [5] K. Matsushima and M. Takai: "Recurrence formulas for fast creation of synthetic threedimensional holograms", Appl. Opt., **39**, pp. 6587–6594 (2000).
- [6] 下馬場,伊藤: "ホログラフィ専用計算機 HORN-4", 3次元画像コンファレンス'2001, pp. 9-12 (2001).
- [7] 松島, H. Schimmel, F. Wyrowski: "波面展開法を 用いた表面モデル CGH の高速計算法", 3 次元画像 コンファレンス 2001, pp. 13–16 (2001).
- [8] 松島, H. Schimmel, F. Wyrowski: "波面展開法によ る物体光波の合成", Optics Japan 2001, pp. 379– 380 (2001).
- [9] K. Matsushima, H. Schimmel and F. Wyrowski: "New creation algorithm for digitally synthesized holograms in surface model by diffraction from tilted planes", SPIE Proc. Practical Holography XVI and Holographic Materials VIII (in press), #4659, (2002).
- [10] R. Bräuer, F. Wyrowski and O. Bryngdahl: "Diffusers in digital holography", J. Opt. Soc. Am., p. 572 (1991).