1999 年 電子情報通信学会総合大会 講演論文集 [2],150(1999.3) 修正版.

デジタルホログラムのための漸化式を用いた単精度位相計算

Phase Computation Employing a Recurrence Formula with single-precision for Digital Hologram

松島恭治†，高井正弘

K. Matsushima† and T.Ariyasu

関西大学工学部電気工学科

Department of Electrical Engineering, Kansai University

1 はじめに

ディスプレイ用のデジタルホログラム作成の一つの問題点は，点光源光波の位相計算が莫大な計算量を要求することである．これは特に全方位の視差を持つホログラムで顕著であり，多数の点光源からなるサーフェースモデルの物体からのホログラム作成を困難なものにしている．そこで，我々は漸化式を用いた計算方法を考案し，1 回の除算と 2 回の加算で 1 ステップの高精度距離 (位相) 計算が可能であることを示した [1, 2].

しかしながら，ホログラム上の標本点と点光源の距離が，単精度浮動小数点数の有効数字を超える有効数字を要求するため，倍精度以上による演算が必要という問題がある．また，倍精度の除算は一般に他の四則演算に比べてかなり遅いため，それほどの高速化にならないことも問題である．

そこで，位相計算に必要な有効数字を減少しかつ乗算と加減算からなる漸化式を求め，その誤差の数値計算を行った.

2 漸化式による距離計算

$z = 0$ の平面上に位置するホログラムのセル $(x_n = x_0 + n\delta x, \mathrm{y})$ での，位置 $(0, y_0, z_0)$ の点光源の光波を計算するためには，2 点間の距離 $r(x_n) = \sqrt{{x_n}^2 + {d_0}^2}$ が必要である (図 1)．ここで ${d_0}^2 = (y_0 - y)^2 + {z_0}^2$である．これは，次の漸化式によって近似計算することができる.

$$\begin{aligned} r_{n+1} &= r_n + s_n/r_n \qquad (1) \\ s_{n+1} &= s_n + \delta x^2 \end{aligned}$$

ここで，出発値は $r_0 = \sqrt{{x_0}^2 + {d_0}^2}$および $s_0 = (x_0 + \delta x/2)\delta x$ で与えられる.

この漸化式において，$q_n = r_n/r_0 - 1$ と変数を置き換え，$(q_n + 1)^{-1}$の因子を 3 次までのテイラー級数に展開することにより，次式が得られる.

$$\begin{aligned} q_{n+1} &= q_n + t_n(1 - q_n(1 - q_n(1 - q_n))) \quad (2) \\ t_{n+1} &= t_n + (\delta x/r_0)^2 \end{aligned}$$

ここで，$q_0 = 0$，$t_0 = s_0/{r_0}^2$である.

†E-mail: matsu@laser.ee.kansai-u.ac.jp

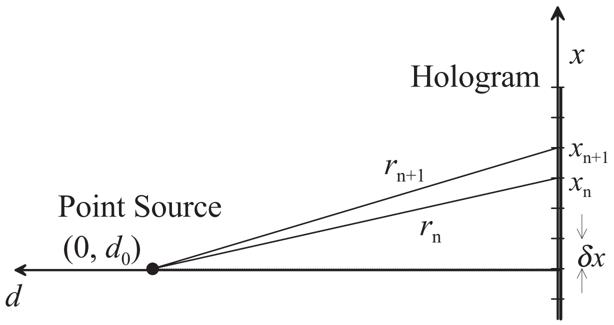

図 1 距離計算

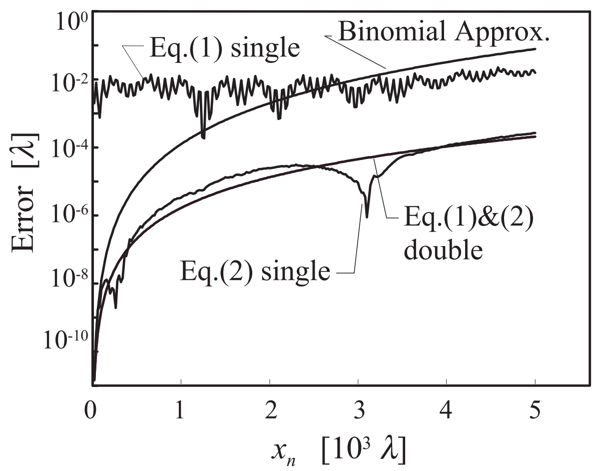

図 2 距離計算の誤差．$d_0 = 10^5\lambda$, $\delta x = 10\lambda$

3 計算誤差と結論

得られた漸化式 (2) および従来の漸化式 (1) を倍・単精度でそれぞれ計算した場合の誤差 $|r_n - r(x_n)|$ を，波長を単位として図 2 に示す．漸化式 (2) での単精度計算結果は，丸め誤差の蓄積による不安定性を若干残しているものの，式 (1) よりは改善されていることがわかった.

参考文献

[1] 松島, 高井: “漸化式を用いた計算機合成ホログラムの計算”, 総合大会論文集[2]，176 (1998).

[2] 松島，高井: “計算機合成ホログラムのための誤差制御可能な近似計算法”，情報・システムソサエティ大会論文集, 190(1998).