1998年 電子情報通信学会情報・システムソサエティ大会論文集, 190(1998.10)

計算機合成フレネルホログラムのための誤差制御可能な近似計算法

Approximation Algorithm with Error Control for Computer-Generated Fresnel Holograms

松島恭治†，高井正弘
K. Matsushima† and M. Takai
関西大学工学部電気工学科
Department of Electrical Engineering, Kansai University

1 はじめに

光線追跡による計算機合成フレネルホログラムの生成に必要な大量の点光源光波の計算を高速度で行なうため，漸化式を用いた近似計算法を提案している [1]．本報告では，この漸化式の特徴を活かして，距離の計算誤差を一定範囲内に制限するための誤差制御アルゴリズムについて述べる．

2 漸化式による距離計算

以下，水平視差のみのホログラムを考える (図 1)．$z = 0$ の平面上に位置するホログラムのセル $x = x_0 + \delta x$ と位置 $(0, z_0)$ の点光源との距離 r_1 は，セル $x = x_0$ と同じ点光源との距離 r_0 を既知とすると，テイラー展開により，

$$r_1 \simeq r_0 + \frac{(x_0 + \delta x/2)\delta x}{r_0} \qquad (1)$$

として，近似的に求めることができる．したがって，等間隔に離散化されたセル $x_n = x_0 + n\delta x$ の点光源との距離 r_n について次の再帰的関係が近似的に成り立つ．

$$r_{n+1} = r_n + \frac{c + s_n}{r_n} \qquad (2)$$

$$s_{n+1} = s_n + \delta x^2 \qquad (3)$$

ここで，$c \equiv (x_0 + \delta x/2)\delta x$ である．この方法では，計算を進めるに従って誤差が蓄積する．しかし，次の方法によりこの誤差を制御可能である．

3 誤差の解析

式 (1) を求める際のテイラー展開の剰余項から，1 ステップ計算するときの誤差は，およそ

$$\mathrm{e}\,\delta x = -\frac{1}{2}\frac{\delta x^2 x^2}{r^3} \qquad (4)$$

である．この計算を $x = x_0$ から $x = x_0 + n\delta x$ まで行うときの誤差は，δx が十分に小さいとして，

$$E = \int_{x_0}^{x_0+n\delta x} \mathrm{e}\, dx = -\frac{\delta x}{6r_0^3}\left[(x_0 + n\delta x)^3 - x_0^3\right] \qquad (5)$$

となる．ここで，$r \sim r_0$ として近似した．この式より，所望の誤差制限値 E に達するステップ数 n を求めておき，n に達した時点で厳密値 $r_n = \sqrt{{x_n}^2 + {z_0}^2}$ を計算して，それを初期値 r_0 として再び漸化式 (2,3) による計算を継続することにより，

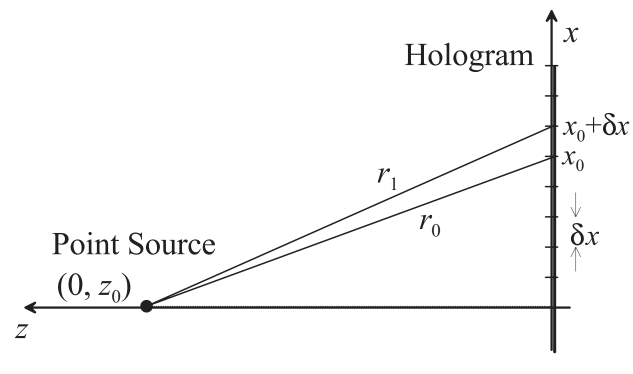

図 1 距離計算

誤差の蓄積を一定値以下に抑えることができる．

4 数値計算と結論

図 2 にこのアルゴリズムによる誤差を示す．この数値計算は $z_0 = 10^5\lambda$ として行っている．この結果から，どの場合においても誤差は全て制限値 E 以下であり，誤差が制御されていることがわかる．

参考文献

[1] 松島, 高井：“漸化式を用いた計算機合成ホログラムの計算”, 電子情報通信学会総合大会, D–11–176 (1998).

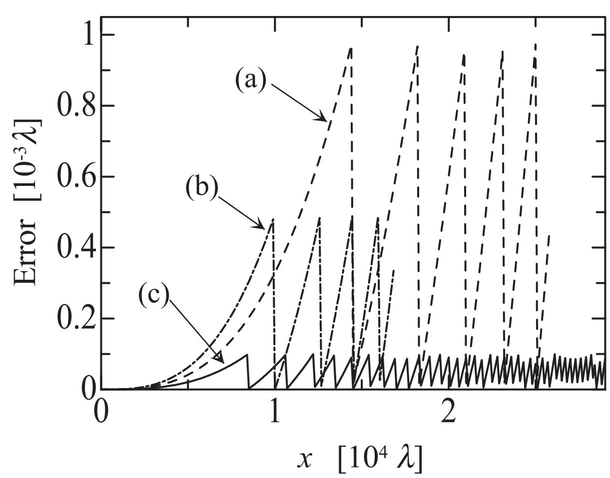

図 2 距離計算の誤差．(a)$\delta x = 2\lambda, E = 10^{-3}\lambda$, (b)$\delta x = 3\lambda, E = 5 \times 10^{-4}\lambda$, (c)$\delta x = 1\lambda, E = 10^{-4}\lambda$.

†E-mail: matsu@laser.ee.kansai-u.ac.jp