漸化式を用いた計算機合成フレネルホログラム近似計算法の誤差

松島恭治†，高井正弘　(関西大学 工学部)

1　はじめに

光線追跡による計算機合成フレネルホログラムの生成では，物体を点光源の集合とみなして，ホログラム上の各セルにおける物体光波を求める．この時，莫大な回数の空間的距離の計算が必要になるが，距離計算には開平演算が含まれるため，一般にリアルタイムでのホログラム画像の生成は困難である．

そこで，我々は漸化式を用いた近似計算により開平演算を避け，高速化したフレネルホログラム計算法を研究している [1]．本報告ではその誤差特性について述べる．

2　漸化式による距離計算

以下，水平視差のみのホログラムを考え，その座標系を図 1 のようにとり，$z = 0$ の平面上にホログラムが位置するものとする．$x = x_{n+1}$ に位置するホログラム上のセルと点光源との距離 r_{n+1}は，δx 離れた隣のセル ($x = x_n$) と点光源との距離r_nとほとんど変わらないため，次の再帰的関係が近似的に成り立つ．

$$r_{n+1} = r_n + \frac{c + s_n}{r_n} \qquad (1)$$

$$s_{n+1} = s_n + \delta x^2 \qquad (2)$$

ここで，$c \equiv (x_0 + \delta x/2)\delta x$ である．

この漸化式を用いることにより，各セルと点光源の距離を独立に求めるのではなく，厳密値r_0から始め，順次隣のセルの距離を計算することが可能になる．但し，この方法では計算を進めるに従って誤差が累積することにもなる．

3　計算誤差の比較

距離 r_nの計算のためによく知られている近似計算法として，2 項級数展開の初めの 2 項のみを用いる次の方法 (以下，2 項近似) がある．

$$r_n = \sqrt{{x_n}^2 + {z_0}^2} \simeq z_0 + \frac{x_n^2}{2z_0} \qquad (3)$$

この近似は，$z_0 \gg x_n$の場合に有効であり，x_nが増大するに従って急速に計算誤差が増大する．

†E-mail: matsu@laser.ee.kansai-u.ac.jp

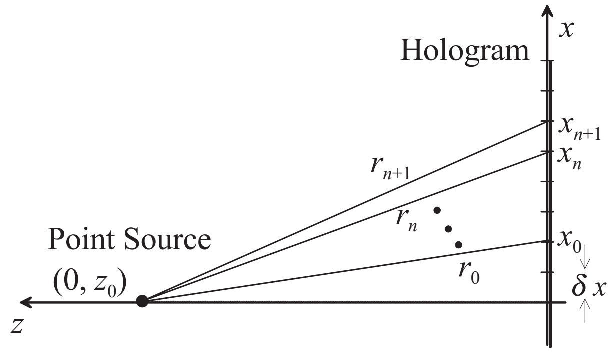

図 1 距離計算

図 2 に 2 項近似と本研究の漸化式 (1,2) による誤差の計算例を示す．(1,2) 式は 2 項近似と異なり，誤差がセル間隔δxに依存するため，異なるδxについて示した．また，インラインホログラムを想定して標本化定理を満たす x_nの範囲まで計算している．この結果から，漸化式では誤差の累積があるにも関わらず，特に x_nが大きい場合には 4〜5 桁も 2 項近似より誤差が少ないことがわかる．

参考文献

[1] 松島，高井：“漸化式を用いた計算機合成ホログラムの計算”，電子情報通信学会総合大会，D–11–176 (1998).

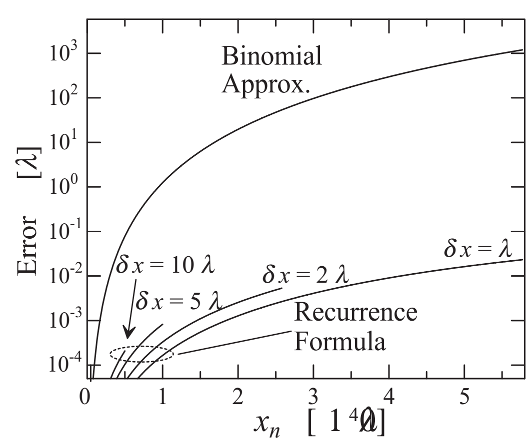

図 2 漸化式と 2 項近似の計算誤差の比較 (λ:波長)．$x_0 = 0$，$r_0 = z_0 = 1 \times 10^5\lambda$，$s_0 = 0$.