第 3 回 HODIC 講演会論文集 (テレビ学技報, **20**, AIT96-39), 29-32(1996.11).

ポリゴンモデル3次元物体の計算機合成ホログラムに関する検討
An investigation on Computer-Generated Holograms for Polygon-Model 3-D Objects

関西大学工学部電気工学科
Department of Electrical Engineering, Kansai University
松島恭治†，有安富雄
K. Matsushima† and T.Ariyasu

An investigation has been made on computer-generated holograms for 3-D objects composed of plane surfaces. Brightness of the plane surface uniformly filled with point sources is analyzed by a model based on photometry. Algorithm which effectively utilizes geometric relations between the plane surface and a hologram is suggested for a fast calculation of object waves.

1 はじめに

計算機合成ホログラム (CGH) のための物体光波の計算には，深さ方向に離散化した平面からの回折を計算する方法 [1, 2] と，物体表面に点光源を配置してその点光源からの光線を追跡する方法 [3] が知られている．特に後者の方法では，look-up table [3]，専用計算機 [4]，汎用並列計算機 [5] 等を用いて高速に計算する方法が報告されている．

一方，コンピュータグラフィックスでは物体表面を小平面でモデル化するポリゴンモデルが主流であり，CGH においても今後ポリゴンモデル 3 次元物体の光波計算が重要になって来ると考えられる．ポリゴンモデル 3 次元物体は，基本的に全て平面で構成される物体であり，平面から放出される光波を効率よく計算するためには，平面の測光的・幾何的な性質を活かした物体光計算アルゴリズムが必要である．本報告では，このようなアルゴリズムの例として角度量子化光線追跡を提案する．

2 点光源充填平面の輝度特性

2.1 放射輝度

点光源を充填した平面の放射輝度特性を考えるために，点光源から距離 r の点での光波を，

$$u_p(r) = \frac{a_p}{r} e^{-i(kr+\phi_p)} \tag{1}$$

とする．ここで，k は波数，ϕ_p は点光源の位相である．a_p は点光源の振幅であり，距離 r での光強度 (放射束密度) が $|u_p(r)|^2$ に等しくなるようにその次元を定めることにする．従って，この点光源からの放射強度は，$I_p = dS|u_p(r)|^2/d\Omega = |a_p|^2$ (Fig.1 参照) で表される．

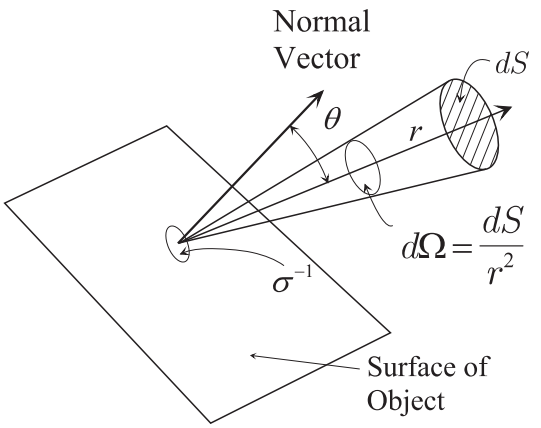

Fig. 1 A photometric model of the plane surface filled with point sources.

このような点光源を平面上に十分に高い面積密度 σ で均一に充填した場合，その平面は有限の大きさを持つ放射源として考えることができ，その微小部分について放射輝度を定義することができる．そこで，その中に一つだけ点光源を含む面積 $1/\sigma$ の微小平面を考える．このとき，平面の法線と角度 θ を為す方向への放射輝度は，

$$L_p = \frac{I_p}{\sigma^{-1}\cos\theta} = \frac{\sigma|a_p|^2}{\cos\theta} \tag{2}$$

†E-mail: matsu@laser.ee.kansai-u.ac.jp

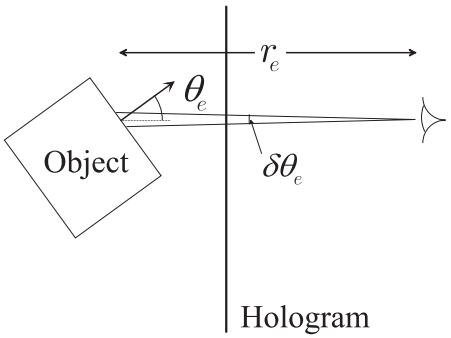

Fig. 2 A limitation on density of point sources.

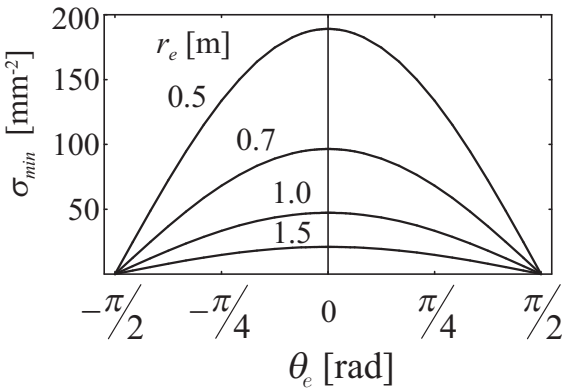

Fig. 3 Desired minimum density of point sources as functions of a view angle. Note that $\delta\theta_e = 30''$.

となる．

2.2 拡散面

式 (2) によれば，均一に点光源を充填した面の輝度は，放射方向と面の法線の為す角度が大きくなるにしたがって増大し，放射方向が面の法線と直交する場合には無限大になる．従って，このような面は，輝度が放射方向に依存しない拡散面ではありえない．この平面が完全拡散面となるためには $\sigma|a_p|^2 \propto \cos\theta$ の関係を満たすような特殊な点光源またはその分布が必要である．

2.3 点光源密度

平面に充填された点光源はホログラムの再生時に想定される視距離から観察した際に，個別の点として識別されてはならない．従って，その密度の最小値は視覚の角度分解能に依存している．そのため，物体を構成する一つの平面の法線がホログラムの視方向に対して θ_e，また視距離が r_e であるとき，視覚の最小分離閾を $\delta\theta_e$ として，点光源の面密度は，

$$\sigma^{-1}\cos\theta_e \leq (\delta\theta_e r_e)^2 \tag{3}$$

を満たさなければならない．この関係を Fig. 2 に示す．従って，点光源密度の最小値は，

$$\sigma_{min} = \frac{\cos\theta_e}{(\delta\theta_e r_e)^2} \tag{4}$$

となる．

一般に，視覚の最小分離閾は $20 \sim 30''$ 程度と言われているので [6]，$\delta\theta_e = 30''$ として視距離 50cm から 1.5m の間で求めた点光源密度の最小値を Fig. 3 に示す．

3 角度量子化光線追跡

点光源の充填によって平面を表現する方法は，面積 σ^{-1} の微小平面で平面を量子化する方法でもある．しかしながら，実際の平面では点光源が埋め込まれたある点のみが発光しているわけではなく，平面は面光源として一様に光を発している．複雑な物体の光波計算には，面光源のこのような特性と，平面の幾何学的性質を活かした高効率のアルゴリズムが必要である．以下，このようなアルゴリズムの一つとして角度量子化光線追跡について述べる．

3.1 角度量子化

ホログラム上における光波を求めるためには，平面光源の全面積にわたって回折積分すればよいが，そのためには莫大な計算量が必要である．また，物体表面がホログラムに近接する場合には，近接光としての取り扱いが必要であり，著しく計算が複雑になる．

そこで，物体表面上の複数の点光源からの光波の寄与のみを計算する．この時，点光源を物体表面上に均等にとることは，2 節で述べ

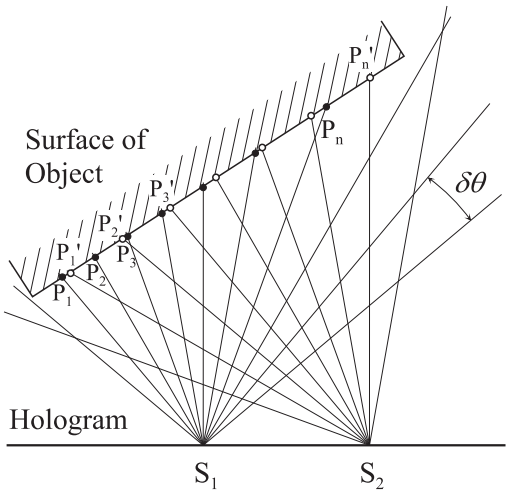

Fig. 4 Ray-tracing with angle quantization.

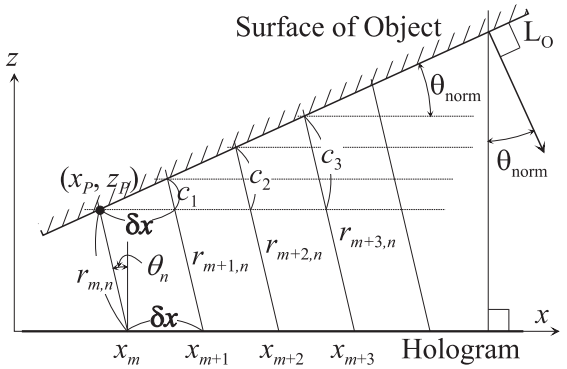

Fig. 5 Rays parallel with each other.

た点光源充填面に他ならない．しかしながら，必ずしも点光源を均等に配置する必要はなく，また，物体表面がその面上のどの一点をとっても発光していることから，ホログラム上の一点での光波を計算するたびに異なった配置をとってもかまわない．この様子を Fig. 4 に示す．ホログラム上の点 S_1 には物体表面上の点光源 $P_{1\cdots n}$ からの寄与があり，別のホログラム上の点 S_2 には別の点光源 $P'_{1\cdots n}$ からの寄与がある．従って，P_j からの光波の S_1 点，及び P'_j からの光波の S_2 点での複素振幅をそれぞれ $a_{S_1}(j)$，$a_{S_2}(j)$ と書くと，S_1 におけるこの物体表面からの光波の複素振幅は $A_{S_1} = \sum_j a_{S_1}(j)$，同様に S_2 では，$A_{S_2} = \sum_j a_{S_2}(j)$ となる．

Fig. 4 では，物体表面上に点光源 $P_{1\cdots n}$ $(P'_{1\cdots n})$ を配置する方法として，ホログラム上の一つの標本点から物体空間を見込む角度をステップ $\delta\theta$ で量子化し，それぞれの方向に光線を追跡し，平面と交わる点を点光源としている．これは，後述するように，物体表面からの光線を平行にとり，計算量を削減するためである．

3.2 物体光の計算

以下，例として水平視差のみのホログラムを考え，具体的な計算手順を述べる．物体空間の奥行き方向に z 軸を取り，$z = 0$ に位置するホログラムの水平軸を x 軸，垂直軸を y 軸とし，$y = y'$ の $x - z$ 平面内で考える．ホログラム上の水平方向の標本間隔を δx とし，

$$x_m = \delta x \cdot m + x_0 \quad (m = 0, \cdots, M-1) \quad (5)$$

とする．一方，光波のホログラムへの入射角を，

$$\theta_n = \delta\theta \cdot n - \theta_d \quad (n = 0, \cdots, N-1) \quad (6)$$

とする．ここで $\delta\theta = 2\theta_d/(N-1)$ であり，θ_d をホログラムの最大回折角とする．

Fig. 5 に示したように，物体のホログラム側を向いた表面と $x - z$ 平面の交線を線分 L_O で表す．ホログラム上の標本点 $x = x_m$ から角度 θ_n 方向に光線を逆向きに追跡し，L_O との交点の座標を (x_P, z_P) とする．このとき，2 点間の距離 $r_{m,n}$は

$$r_{m,n}{}^2 = [x_P(x_m, \theta_n) - x_m]^2 + z_P(x_m, \theta_n)^2 \quad (7)$$

となる．この手順を，線分 L_O との交点を持つ全ての方向について行い，x_m 点での複素振幅，

$$u(x_m) = \sum_{n=0}^{N-1} u_p(r_{m,n}) \quad (8)$$

を得る．

式 (8) の計算中で，最も大きな計算量を必要とするのは距離 $r_{m,n}$ の計算である．しかしながら，角度を一定のステップで量子化しているため，θ_n 方向の光線は全て平行となり，計算が著しく簡単化する．ホログラム上の標本点 $x = x_m, \cdots$ から θ_n 方向に得られる L_O との交

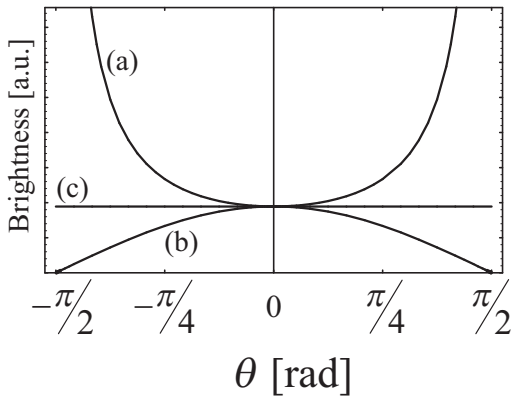

Fig. 6 Brightness calculated for a surface (a) uniformly filled with point sources and (b) represented by ray-tracing with angle quantization. (c) Brightness of a diffusion surface.

点との距離について，Fig. 5 に示したように三角形の相似則が成り立ち，

$$\frac{c_1}{\delta x} = \frac{c_2}{2\delta x} = \frac{c_3}{3\delta x} = \cdots, \tag{9}$$

$$c_j = jc_1 \tag{10}$$

の関係がある．従って，

$$r_{m+1,n} = r_{m,n} + c_1 \tag{11}$$

であり，$r_{m,n}$ と c_1 を求めることにより一定の方向 θ_n については加算のみで距離が求まることがわかる．

3.3 輝度特性

以上のようなアルゴリズムで物体光波を計算した場合の平面の輝度特性を θ の関数として Fig. 6(b) に示す．この図で，(a) は 2 節で求めた点光源を均一に充填した平面であり，また (c) には比較のため完全拡散面の輝度を示した．角度量子化光線追跡では，平面の法線に対する角度が大きくなるに従って点光源密度が減少するため，点光源均一充填面とは逆の傾向になり，拡散面に比較的近い輝度特性が得られることがわかる．

4 まとめ

ポリゴンモデル物体のように平面で構成された物体の CGH 作成のための理論的検討を行った．点光源を均一に充填した平面の輝度特性を求めた結果，その輝度は放射方向が平面と平行になる場合に無限大となり，拡散面を表現し得ないことがわかった．また，視覚の角度分解能から，点光源が分離して識別されないためには，その密度は視距離 70cm で $100/mm^2$ 程度必要であることがわかった．

さらに，平面の幾何学的性質を活かした物体光計算アルゴリズムとして，角度量子化光線追跡を提案した．このアルゴリズムでは，光線群のホログラムへの入射角度を同一にでき，計算量を減少させることができる．また，その輝度特性は点光源充填面より拡散面に近いことがわかった．

参考文献

[1] D. Leseberg: “Computer-generated three-dimensional image holograms”, Appl. Opt., **31**, p. 223 (1992).

[2] A. Jendral and O. Bryngdahl: “Synthetic near-field holograms with localized information”, Optics Lett., **20**, p. 1204 (1995).

[3] M. Lucente: “Interactive computation of holograms using a look-up table”, J. Electronic Imaging, **2**, p. 23 (1993).

[4] 西川, 岡田, 松本, 吉川, 佐藤, 本田：“フレネルホログラム計算のハードウェア化の検討”, 3 次元画像コンファレンス'95, p. 7 (1995).

[5] 田中, 高橋, 志水：“リアルタイム電子ホログラフィの画質改善”, 3 次元画像コンファレンス'96, p. 219 (1996).

[6] 畑田：光工学ハンドブック (小瀬, 他 (編)), 朝倉, 東京, p. 144 (1992).